OVERSIGT OVER DET KGL. DANSKE VIDENSKABERNES SELSKABS
FORHANDLINGER. 1913. N° 4.

ETUDES SUR LES NOTES ASTRONOMIQUES CONTENUES DANS LES ADVERSARIA D'OLE RØMER

PAR

G. VAN BIESBROECK
ASTRONOME ADJOINT
A L'OBSERVATOIRE ROYAL DE BELGIQUE

ET

ALB. TIBERGHIEN
CONSERVATEUR ADJOINT
A LA BIBLIOTHÈQUE ROYALE DE BELGIQUE

(MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN RÉPONSE A LA QUESTION D'ASTRONOMIE POSÉE EN 1911
COURONNÉ EN 1913.)

Introduction.

On vient de publier à Copenhague un manuscrit presque ignoré, ayant pour auteur Ole Rœmer (25 Sept. 1644—19 Sept. 1710), précisément au moment où sa patrie et sa ville natale, Aarhus, se préparaient à célébrer le bi-centenaire de la mort de cet illustre astronome.

Les discours prononcés à cette occasion et le nouvel observatoire fondé dans sa ville natale auront contribué à raviver le souvenir de cet homme remarquable, mais rien ne pouvait mieux le faire revivre que la publication du manuscrit, auquel l'auteur avait donné le nom de *Adversaria.*

Sous les auspices de la Société Danoise des Sciences M^{mes} Thyra Eibe et Kirstine Meyer se sont chargées de ce travail laborieux, mettant ainsi aux mains de tous un document intéressant non seulement au point de vue de l'histoire de l'astronomie, mais même à celui des sciences en général.

La personalité de Rœmer a été en quelque sorte ressuscitée par la publication de ce manuscrit. On sait que le 20 octobre

1728 un terrible incendie dévasta une grande partie de Copenhague. L'observatoire notamment fut complètement détruit; les instruments créés par Rœmer et d'autres plus anciens, tel le célèbre globe céleste de Tycho Brahe, la plupart des manuscrits et régistres d'observation de Rœmer, ainsi qu'une grande partie de ceux de Peter Horrebow, son fidèle disciple, périrent dans ce désastre. Horrebow nous a laissé dans un ouvrage, que nous aurons souvent à citer, une narration saisissante de cette nuit fatale où les fruits de tant d'années de travail disparurent en quelques instants; au risque de sa vie il tenta vainement de sauver ce qu'il considérait comme les reliques de ce maître admiré, dont il parle toujours avec la plus grande vénération.

D'après ce récit, il ne fallait plus songer à retrouver jamais quelque chose, ni des écrits de Rœmer, ni de ses observations, à l'exception du fameux *Triduum* des 21—23 octobre 1706, les seules qui nous soient parvenues[1].

Pourtant tout n'avait pas été détruit: en 1739 la veuve de Rœmer remit à la Bibliothèque de l'Université de Copenhague un portefeuille en parchemin, contenant un recueil de notes de son époux; les Editeurs des *Adversaria* ont reproduit dans leur Préface la lettre par laquelle la veuve de Rœmer confiait ce document à l'Université; le manuscrit y resta à peu près oublié pendant près de deux siécles.

Comme nous nous efforcerons de le montrer dans la suite pour divers exemples, ce manuscrit est particulièrement précieux parce qu'il contribue à mieux faire connaître la personnalité scientifique de Rœmer; ce n'est pas un traité sur un sujet déterminé où les idées sont enchaînées méthodiquement ou présentées sous une forme définitive. C'est plutôt un journal où l'auteur consigne, à mesure qu'elles se présentent à son esprit, ses réflexions sur toutes espèces de questions. On l'y voit pour ainsi dire à l'œuvre; on assiste au développement

[1] J. G. Galle. O. Rœmeri Triduum . . . — Berolini 1845.

de ses idées, aux reprises successives par lesquelles elles se précisent. A diverspoints de vue ce recueil est plus intéressant qu'une rédaction achevée.

Visiblement il n'était pas destiné à la publication: on y chercherait en vain un ordre quelconque; pas même l'ordre chronologique n'y est suivi. Des remarques sur un même sujet sont souvent dispersées à differents endroits dans ces feuilles pourtant numérotées par l'auteur.

Parfois, comme dans les premières feuilles, on y rencontre des titres d'ouvrages nouvellement publiés ou des renseignements puisés dans les *Nouvelles de la République des Lettres* (années 1704 à 1707); ces premières feuilles, marquées α, β, γ, δ, ε (pages 1 à 5 de l'Edition) sont postérieures en date au reste du manuscrit, qu'elles résument en partie. Ailleurs on trouve des transcriptions de notes recueillies plusieurs années auparavant, au sujet desquelles l'auteur trouve des remarques nouvelles à faire.

Certains sujets sont traités plus explicitement; les démonstrations y sont entremêlées de calculs numériques et de figures; l'auteur ne s'attarde pas en général à faire des démonstrations explicites. Souvent une simple figure en tient lieu. Les sujets abordés sont très variés. Les questions les plus essentielles sont relatives à l'astronomie sphérique ou pratique, mais l'auteur s'intéresse à bien d'autres choses encore: des problèmes d'hydraulique y sont traités à côté de questions de statique; des recherches étendues sur la construction du thermomètre[1] voisinent avec des observations astronomiques intéressantes comme celle d'un passage de Mercure sur le soleil; des problèmes d'alliage, avec des études numismatiques, etc. —

Retrouver dans ces matières disparates les idées originales de l'auteur n'est pas toujours aisé. Rœmer n'aurait pu mieux

[1] Mme K. MEYER y a trouvé matière à une dissertation intéressante sur les débuts du thermomètre: „Ole Rømer og Termometret". Fys. Tidskr. t. 7. p. 201.

caractériser cet ensemble de notes qu'en l'appelant *Adversaria*, à l'exemple de Huyghens.

Le style de l'auteur est en général très simple et d'une extrême sobriété. Par les citations de Rœmer, que nous trouvons dans la plupart des ouvrages d'Horrebow, nous connaissions déjà le langage net et serré du maître, contrastant fortement avec le style prolixe, ampoulé de l'élève. — Dans les *Adversaria* la concision est souvent poussée à l'excès: des idées importantes y sont parfois touchées en quelques mots seulement. L'auteur n'a pas grand souci de la forme grammaticale; il est vrai que bien des erreurs sous ce rapport peuvent provenir de la difficulté de lecture du manuscrit; nous n'avons pu voir celui-ci, il est vrai, mais à juger d'après les fac-similés donnés par les éditeurs, le texte de l'auteur doit être difficile à déchiffrer en bien des endroits.

A part quelques paragraphes en danois ou des extraits en français, le manuscrit est rédigé en latin. La ponctuation y est à peu près nulle ou indiquée parfois là où il n'en fallait certainement pas. Par toutes ces circonstances la lecture des *Adversaria* présente souvent d'assez grandes difficultés.

Par l'analyse que nous en avons faite, nous croyons pouvoir fixer assez exactement l'époque à laquelle ces notes éparses ont été rédigées. Pour plusieurs d'entr'elles on peut reconstituer la date avec certitude: on rencontre ainsi les années 1702, 1704, 1706, 1707, 1708, l'année 1707 correspondant à la partie essentielle. Certaines remarques datant de 1710, écrites donc peu de temps avant la mort de l'auteur, ont été ajoutées après coup montrant ainsi que la majeure partie du texte est antérieure à cette année. Dans d'autres passages l'auteur fait allusion à ses notes d'autrefois et en extrait certaines données: ces notes „d'autrefois“ remontent le plus souvent au temps de son séjour en France, mais il en est plusieurs qui datent des dernières années du 17^e siècle, de sorte qu'on peut limiter aux années 1700 à 1710 l'époque qui a vu naître les *Adversaria* de Rœmer. Cette période correspond aux dernières années de son activité, sur lesquelles précisement on possède le moins de renseignements.

Amené, jeune encore, en France par Picard, Rœmer fut bientôt mêlé aux hommes les plus en vue du monde scientifique. Le roi Soleil venait de fonder l'Académie des Sciences; Rœmer s'y distingua par la découverte retentissante de la transmission successive de la lumière. Revenu dans sa patrie il joua un rôle important comme professeur, comme premier magistrat de Copenhague, comme conseiller d'État. Plus tard il semble s'être détaché peu à peu de la vie publique pour se livrer plus à l'écart à ses fructueuses réflexions. C'est la période où il cherche à trouver les parallaxes stellaires au moyen de la lunette méridienne, instrument qu'il avait inventé et installé provisoirement dans sa maison à Copenhague. Peu satisfait de ces tentatives, il fonda de grandes espérances sur l'observatoire, que selon ses idées originales il établit en 1704 dans les environs de Copenhague. Dans cette paisible retraite de Pilenborg ses conceptions arrivèrent à leur plein développement; c'est là, peut-on dire, que débuta l'astronomie pratique moderne.

Rœmer y fut tout entier à ses recherches et sans doute la majeure partie des *Adversaria* y a été écrite.

Malgré la grande activité qu'il déploya dans son nouvel observatoire et l'importance fondamentale des travaux qu'il y entreprit, il écrivait très peu. Les biographes de Rœmer n'ont peut-être pas assez attiré l'attention sur ce côté de son caractère, notamment sa répugnance à publier ses travaux et son peu d'empressement à en faire connaître les résultats. Sous ce rapport sa correspondance avec Leibnitz est instructive: Leibnitz appréciait toute l'importance des progrès réalisés par Rœmer; il avait saisi toute la portée de ses innovations. Mais il savait aussi que Rœmer, trop préoccupé de ses recherches, négligeait d'en mettre les résultats sous une forme définitive. Craignant que ceux-ci ne se perdent pour la postérité, le philosophe mathématicien revient avec insistance dans chacune de ses missives à Rœmer sur la nécessité de songer à une publication prochaine. Tantôt il l'y encourage en lui représentant tout l'intérêt de ses recherches; tantôt il cherche à l'émouvoir en l'avertissant que d'autres s'étaient déjà attribué certaines de ses découvertes; ou bien encore il fait appel à son sentiment du devoir envers sa patrie autant qu'envers l'humanité en général et raille l'objection de Rœmer qui prétend ne pas écrire facilement.

A la fin pourtant, il se décida à réunir ses notes sur divers sujets, tout en poursuivant toujours ses travaux, imparfaitement satisfait des progrès, pourtant importants, qu'il avait réalisés, il espérait sans doute pouvoir mieux faire et obtenir des données plus définitives, avant d'en rendre compte au public. Mais bientôt il ressentit les atteintes du mal, qui assombrit les dernières années de sa vie; la mort vint le surprendre en pleine activité; par souci de perfection il avait trop longtemps reculé l'achèvement de son œuvre. Les fragments en furent recueillis pieusement par Horrebow qui, après plusieurs années, en publia certaines parties. Elles suffirent pour montrer ce que la mort prématurée de Rœmer avait fait perdre à l'astronomie.

Pour analyser les matières contenues dans les *Adversaria* nous suivons un ordre différent de celui du manuscrit. Les groupant selon les sujets, nous commençons par ce qui est relatif à l'astronomie sphérique; nous passons ensuite à des questions d'astronomie théorique, puis à ce qui concerne la physique astronomique et plus spécialement l'astronomie pratique. Enfin nous examinons quelques questions touchant à la cosmogonie.

Nous passons sous silence des objects, qui n'ont plus grand intérêt comme, par exemple, les dimensions du système solaire, que l'auteur donne d'après Kepler, en vue de la construction de planétaires [1]; ce problème occupa beaucoup Rœmer, ainsi que Huyghens avec qui il entretint une correspondance à ce sujet. Nous n'insistons pas non plus sur la représentation topographique du système solaire, que Rœmer donne à la page 135; le soleil étant figuré par la plateforme de la Tour astronomique, il calcule à quels endroits correspondent les positions des planètes successives. Par contre nous examinons de plus près les sujets astronomiques importants. Nous y joignons quelques remarques concernant l'Interpolation — bien que cette question soit plutôt du ressort de l'Algèbre — parce que dans les *Adversaria* Rœmer l'envisage plus spécialement au point de vue de ses applications astronomiques.

Dans cette rédaction définitive nous avons tenu compte des remarques que M. M. les Membres du Jury ont bien voulu présenter [2].

Détermination de la latitude par les hauteurs réciproques.

Dans une série de figures, reproduites en fac-simile (pg. 6), Rœmer considère les divers cas qui peuvent se présenter dans les hauteurs méridiennes relatives de la Polaire au nord et d'une étoile ou du soleil culminant, à peu près en même temps que la première, au sud du zénith. Il distingue ainsi huit cas qui, moyennant l'emploi de signes algébriques rentreraient tous l'un dans l'autre. Pour chacun d'eux, il établit la relation suivante: si on applique, avec le signe voulu, la différence de hauteur observée entre les deux astres au nord et au sud à la somme de leurs déclinaisons, on obtient le double de la hauteur du pôle. Par mégarde, l'auteur emploie les compléments des déclinaisons au lieu des déclinaisons mêmes, de sorte que ses formules (page 6, lignes 12—18) donnent en réalité le double dé la hauteur de l'équateur.

[1] Voir pp. 27, 28, 140, 141, 159, 160, 161 de l'édition.
[2] Voir: Oversigt 1913 No. 1 pag. VI.

La méthode des hauteurs correspondantes pour la détermination de la latitude est bien renfermée en principe du moins dans ces brèves lignes. Ce qu'elle a de caractéristique, c'est que la latitude est obtenue par une différence de hauteurs et non par ces hauteurs elles-mêmes (l. 22— 23).

On voit ensuite (page 7) que l'auteur a appliqué cette méthode en campagne, au Danemark, et qu'il l'a étendue même à des hauteurs extra-méridiennes de la Polaire. Il a employé pour cela un instrument rudimentaire comportant un arc gradué sur 5 ou 6 degrés seulement.

Après-coup il ajoute à cette note que, pour appliquer sa méthode, il pourrait faire usage également d'un instrument dont il fait un croquis sommaire (pag. 7), et qui n'est autre que la lunette des hauteurs correspondantes, dont nous reparlerons plus loin [1].

Les mots: „*Clavam alias adhibendam suasimus et cum ratione differentiae habebuntur per f(i)lamenta*“ qui terminent ce paragraphe (p. 7) semblent indiquer que déjà Rœmer avait imaginé de mesurer les différences d'altitudes par une série de fils tendus parallélement et placés au foyer de l'objectif. Sans doute il en déterminait la distance par des observations de passages comme Horrebow le fit plus tard.

On fait remonter ordinairement à Horrebow l'invention de la méthode des hauteurs méridiennes égales pour la détermination des latitudes et on désigne sous le nom de *Méthode Horrebow-Talcott* un perfectionnement apporté au 19e siècle au procédé primitif, perfectionnement grâce auquel celui-ci est devenu extrêmement précis. C'est en appliquant cette méthode qu'on a reconnu et qu'on continue à étudier les déplacements de l'axe de rotation de la Terre ou la variation des latitudes.

Comme nous venons de le voir, dès les premières pages des *Adversaria* la méthode d'Horrebow [2] n'est autre qu'un

[1] Voir page 222 du présent mémoire.

[2] Dès en 1729 Horrebow correspondait avec Delisle; au sujet de sa

procédé déjà employé par son maître Rœmer. Non pas qu'il faille soupçonner Horrebow d'avoir voulu s'attribuer injustement quelque chose de celui-ci: foncièrement honnète et plein de respect pour son maître, il répète à diverses reprises qu'il ne fait qu'exposer les idées de ce dernier et qu'il n'a d'autre mérite que de les avoir mises sous une forme définitive [1]. Dans ce cas-ci toutefois, il semble que Horrebow ait cru avoir été le premier inventeur du procédé: „*communico hic et publico usui commendo novam methodum observandi elevationem poli per altitudines reciproquas . . .*" [2]. Il a certainement le mérite d'en avoir reconnu et clairement exposé les avantages. Le plus essentiel de ceux-ci est de donner le résultat indépendemment de la réfraction et de remplacer les lectures de cercles gradués par une mesure micrométrique; Horrebow estime les différences de hauteur par rapport aux fils horizontaux du réticule de sa lunette, fils dont il détermine les distances par des passages d'étoiles.

Il est incontestable d'autre part que la première idée de la méthode remonte au maître. Le peu de chose que, dans ses notes, celui-ci paraît avoir consigné sur la question pourrait expliquer l'inadvertance de son élève. Il est moins admissible que Horrebow, qui travailla longtemps avec Rœmer, n'ait pas fait usage avec celui-ci d'une méthode nouvelle et ingénieuse.

méthode il la publia en 1732 dans: Pet. Horrebowius. Atrium Astronomiae. Havniae 1732 p. 50. Pour sa correspondance avec Delisle sur cette question voir: Ibid. p. 86. — Nous citerons toujours par leur titre les divers ouvrages de Horrebow, mais on peut consulter aussi ses „Opera Omnia" 1740.

[1] Voir p. ex. dans l'Annexe à son „Atrium": Ars Interpolandi p. 2: „nam revera paucissima mihi, praeter modum tractandi, vindico, regulas ipsas, saltem illas quae maxime necessariae sunt ingenio beati magistri mei acceptas referens . . ."

[2] C'est ce qui a conduit P. Kempf à la conclusion que Horrebow était bien l'initiateur de la méthode. Voir: „Ist man berechtigt, die Methode der Breitenbestimmung aus reciproken Höhen auf Römer zurückzuführen". Astr. Nachrichten Nr. 3241.

Détermination de l'heure par les hauteurs correspondantes.

A l'époque où nous transportent les *Adversaria* l'heure se déterminait le plus souvent par la méthode des hauteurs correspondantes du soleil: ce moyen simple et d'une application aisée n'exigeait pas un outillage bien compliqué. Picard en avait fait un usage fréquent, remettant ainsi en honneur un procédé déjà ancien, souvent employé dans le tracé de méridiennes ou de cadrans solaires. Il prenait les hauteurs du soleil à l'aide d'un quart de cercle; la méthode avait l'avantage d'éliminer la plupart des erreurs instrumentales.

Rœmer faisait usage, pour son application, d'un instrument spécial, qu'il appelait la *lunette des hauteurs correspondantes* et qu'il paraît avoir imaginé primitivement plutôt pour la détermination de la latitude (page 7, lignes 16—20). La lunette était fixée à une tige verticale recourbée en crochet et appuyée à sa partie supérieure; la tige portait à l'extrémité inférieure un contrepoids, qui ramenait toujours l'instrument à la même hauteur angulaire. Le même principe du contrepoids comme moyen de nivellement automatique était appliqué dans la lunette azimutale [1].

A la page 7 des *Adversaria* une figure schématique représente cette lunette des hauteurs correspondantes [2]. Une description complète de cet instrument se trouve dans Horrebow [3]; nous y voyons en outre que la méthode a été perfectionnée après coup par l'emploi d'un poids mobile inclinant légèrement la lunette de part et d'autre de sa position d'équilibre de façon à pouvoir noter les hauteurs correspondantes dans trois positions voisines et toujours les mêmes.

[1] Voir P. HORREBOWIUS Basis Astronomiae. Havniae. 1735. Caput septimum; et aussi Planche II.

[2] Il ne s'agit pas ici d'un robinet comme l'indiquent les éditeurs dans la table analytique des matières.

[3] P. HORREBOWIUS. Loc. cit. Caput nonum. Tab. IV.

Quand on se sert du soleil au lieu d'étoiles comme le faisait Rœmer pour vérifier l'azimut de son instrument de il faut introduire une correction au midi obtenu pour tenir compte du mouvement du soleil dans l'intervalle des observations. C'est de cette correction que l'auteur s'occupe principalement au paragraphe intitulé „Praxis correspondentium Solis“ (p. 222).

Nous savons que pendant son séjour en France Rœmer, travaillant avec Picard, déterminait la correction du midi par un procédé graphique [1]. La Hire lui aussi indique [2] des constructions graphiques pour résoudre le problème. Dans les *Adversaria* Rœmer donne à cet effet des tables pour la latitude de Copenhague. Tout d'abord il calcule une table (pages 152—155) des hauteurs en fonction de l'angle horaire et de la déclinaison; les angles horaires varient de 15 en 15 minutes du méridien jusqu'à l'horizon, les déclinaisons de $-24°$ à $+24°$ de degré en degré [3]. Il emploie cette table pour examiner graphiquement les circonstances des éclipses de soleil (p. 157). Il aurait pu s'en servir aussi pour déterminer l'heure vraie en mesurant la hauteur du soleil: mais ce n'est pas là l'usage qu'il en fait.

Soient, en un point de la table, a la différence dans le sens vertical, d'une ligne à la suivante, et b la différence dans le sens horizontal, c'est à dire d'une colonne à la suivante. La table de la page 221 donne les valeurs de ces quantités a et b pour un certain nombre d'angles horaires et de déclinaisons; elles sont obtenues en prenant les moyennes des valeurs voisines. Si nous considérons un point quelconque de cette table nous voyons que d'une part à la déclinaison considérée la hauteur

[1] P. de la Hire. Tabulae astronomicae .... Parisiis. 1727 (2e Edit.) p. 83 au bas.

[2] — Praeceptum XV. pp. 75 et suiv.

[3] Nous avons vérifié les chiffres de la table; à part des écarts attribuables à la manière d'arrondir le résultat, nous n'avons rencontré que l'erreur suivante: au lieu de 20° 7′ pour $5^h\frac{1}{4}$ et $+17°$ il faut 20° 17′.

du soleil varie de a en 15 minutes; la hauteur varie donc de un degré en $\frac{15}{a}$ minutes; d'autre part un changement d'un degré dans la déclinaison du soleil produirait au point considéré un changement b dans la hauteur; cela correspond à un intervalle de temps de $15\frac{b}{a}$ minutes. En général à un petit changement de déclinaison $\triangle$ correspondra donc un intervalle de temps $15 \cdot \frac{b}{a} \cdot \triangle$ minutes, $\triangle$ étant exprimé en degrés ou

$$x = \frac{\Delta'}{4} \cdot \frac{b}{a} \text{ minutes}$$

$\triangle$'étant exprimé en minutes d'arc. Si $\triangle$ est la variation de déclinaison du soleil dans l'intervalle entre l'observation du matin et celle de l'après-midi, x sera, abstraction faite du signe, la correction à appliquer à l'heure notée l'après midi.

La règle que donne Rœmer (p. 221) et qu'il explique par un exemple numérique est l'énoncé de la formule ci-dessus. Elle se retrouve exposée un peu plus explicitement à la page 222 (l. 12—17) où l'auteur donne quelques explications complémentaires sur le procédé et les précautions que nécessite son emploi: il faut, dit-il, faire l'observation à $2^1/_2$ ou $3^1/_2$ heures avant et après le méridien, sans donner les raisons assez évidentes de cette précaution. Les corrections aux heures obtenues l'après-midi sont soustractives lorsque la déclinaison croît, additives, dans le cas contraire.

Comme application de ces règles, Rœmer calcule la table de correction au bas de la page 222 pour des angles horaires compris entre $2^1/_2$ et $3^1/_2$ heures et des déclinaisons de 0 à $+16°$; il prend les mouvements correspondants de la déclinaison solaire pour le cas où il s'agit de déclinaisons boréales décroissantes, c'est à dire pendant l'été.

La variation diurne de la déclinaison du soleil diffère en effet quelque peu d'une saison à l'autre, comme Rœmer l'indique aux lignes 32—35. Mais l'écart ne donne pas d'erreur de plus d'une demi-seconde sur l'heure du midi vrai.

Il était intéressant de rencontrer ici la forme originale sous laquelle Rœmer avait trouvé son procédé de détermination de la correction du midi. Horrebow [1] en l'exposant, calcule à la page 210 de son traité une table suivant la même disposition que celle de la page 221 des *Adversaria*; en outre il complète la méthode en établissant une table (p. 213), donnant directement le quotient $\frac{b}{a}$ de la formule ci-dessus, au lieu de chacun des termes de ce rapport comme dans la double table précédente. De cette manière le calcul se réduit à une simple multiplication.

Par ce qui précède nous voyons que le procédé de Rœmer était susceptible d'une grande précision; toutefois son application nécessitait le calcul de tables longues à établir et ne convenant que pour une latitude géographique déterminée.

Sous ce rapport les formules établies au cours du 18[le] siècle, en faisant usage du calcul différentiel [2] sont plus directes. Tel est le procédé d'Euler [3] ou celui que Lacaille utilise pour établir ses tables [4]. Ce laborieux travail, de même que celui de Schenmark [5] plus étendu encore, ne porta pas longtemps ses fruits, car déjà la méthode des hauteurs correspondantes était supplantée de plus en plus par celle des passages au méridien.

[1] P. Horrebowius. Basis Astronomiae . . . Havniae 1735. p. 209 et suiv.

[2] Au fond le procédé employé par Rœmer est aussi différentiel; il calcule en effet les dérivées de la hauteur en fonction de l'angle horaire et de la déclinaison. Toutefois sa méthode n'est pas analytique, mais seulement numérique.

[3] Methodus computandi aequationem meridiae, auctore Leonh. Eulero. Publié en 1742. (Commentarii acad. scient. imperialis Petropolitanae. t. 8 ad ann. 1736 p. 48).

[4] Hist. et Mém. de l'Ac. des Sciences. 1741. p. 238 et suiv. — Calcul des différences dans la trigonométrie sphérique.

[5] N. Schenmark. Taflor, hvorigenom man til hvad latitude som åstundas kan finna Middags Correction. (Svenska Vetenskaps Akad. Handlingar. Stockholm. 1752. p. 291).

Determination de l'heure dans le Vertical de la Polaire.

Aux pages 163 à 169 Rœmer réunit les préceptes et tables qui permettent de déterminer l'heure en observant les passages d'un certain nombre d'étoiles dans le vertical de la Polaire. Nous trouvons d'abord une liste de 27 étoiles, dont les positions sont tirées d'Hevelius [1] et ramenées à l'époque 1710; cela paraît indiquer que ces calculs ont été faits peu avant la mort de Rœmer ou du moins pour être employés dans les dernières années de sa vie. Les étoiles sont désignées par les noms des constellations et par leurs ascensions droites et distances polaires, toutes deux données à une demi-minute près; la dem-iminute est indiquée par un trait après le nombre entier de minutes. Ni les grandeurs des étoiles, ni les désignations par les lettres de Bayer ne sont jointes à la table. Viennent ensuite les différences des ascensions droites avec celle de la Polaire, comptées positivement ou négativement de manière à ne pas avoir à résoudre des triangles dont les angles soient supérieurs à 180°; enfin, dans la colonne marquée ∗ les temps sidéraux auxquels les étoiles passent dans le vertical de la Polaire; il ne s'agit évidemment que du passage sous le pôle.

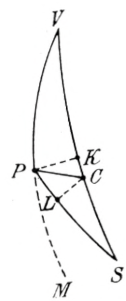
Un trait horizontal —∗—∗— divise la table en deux parties: dans la première et dans la seconde partie, les étoiles arrivent dans le vertical de la Polaire respectivement après et avant leur passage au méridien inférieur.

Les chiffres, en petits caractères, de la dernière colonne sont les valeurs en degrés et minutes de l'angle horaire de l'étoile au passage dans le vertical de la Polaire, cet angle étant compté à partir du méridien inférieur positivement dans la première partie de la table et négativement dans la seconde.

La page 164 illustrée par une figure montre comment le

[1] HEVELIUS. Firmamentum Sobiescianum. Gedani 1690.

calcul a été fait: dans le triangle formé par la Polaire C, l'étoile S et le pôle P on connait deux côtés et l'angle compris, différence des ascensions droites de l'étoile et de la Polaire; on peut donc calculer l'angle en S; dans le triangle SPV formé par l'étoile, le pôle et le zénith V, on connait deux côtés — $PV = 34^\circ\,19'$ colatitude de Copenhague et PS = distance polaire de l'étoile — et l'angle S comme on vient de le voir; on obtient donc l'angle horaire VPS de l'étoile et par suite le temps sidéral. Pour résoudre les deux triangles sphériques obliquangles nécessaires pour chaque étoile, Rœmer procède indirectement en les divisant chacun en deux triangles rectangles, le premier par l'arc CL perpendiculaire à PS, le second par l'arc PK perpendiculaire à VS; ce second arc ne figure pas sur le dessin.



L'angle MPS supplément de l'angle VPS obtenu ci-dessus est inscrit en petits caractères dans la dernière colonne de la page 163 [1]. Ces angles, transformés en temps, ajoutés avec le signe convenable à l'ascension droite donnent l'avant dernière colonne, marquée $*$. Ce sont donc bien les angles sidéraux du passage sous la Polaire. Le tableau moins complet et moins exact de la page 165 a sans doute éte calculé avant celui de la page 164.

La table de la page 165 donnant pour diverses dates de l'année le temps sidéral à midi permettra de transformer en temps solaire le temps sidéral observé. Il semble que l'auteur

[1] Ces chiffres doivent être corrigés comme suit:

ligne	17	au lieu de	5°	0′	il faut	5°	23′
—	19	—	4	4	—	4	40
—	20	—	2	5	—	3	5
—	23	—	1	2	—	1	16
—	25	—	0	0	—	0	57
—	26	—	1	2	—	1	32
—	27	—	5	5	—	5	50

n'avait pas en vue la détermination très précise de l'heure ou tout au moins du temps solaire; sans cela il aurait dû recourir à une table plus détaillée. Peut-être ne servait-t-elle qu'à préparer l'observation?

Après avoir employé ce procédé direct pour chacune des 27 étoiles considérées, l'auteur a recherché si on ne pourrait arriver au même résultat par des tables. Il calcule d'abord page 166 les azimuts d'une étoile en fonction de sa distance polaire (argument vertical variant de 2 en 2° de 12° à 56° soit depuis les Gardes de la Petite Ourse jusqu'à l'horizon de Copenhague) et de l'angle horaire (argument horizontal compté à partir du méridien inférieur de 2 en 2° jusque 8°). La table est divisée par un trait noir en deux parties renfermant l'une des angles plus grands, l'autre des angles plus petits que 4°, quantité qui était environ le maximum de l'azimut de la Polaire. Seuls les angles moindres que 4° seront utiles pour le problème actuel.

La page 167 donne une table analogue, mais cette fois c'est l'azimut qui forme l'argument horizontal. Les angles horaires sont exprimés en temps. Enfin à la page 168 nous trouvons une table des azimuts de la Polaire en fonction soit de l'angle horaire (en temps) soit du temps sidéral (en arc), allant de 15 en 15 minutes dans le premier cas et de 3° 45′ en 3° 45′ dans le second. Toutes ces tables, fort peu commodes pour l'interpolation, donnent néanmoins la solution du problème comme Rœmer l'indique à la page 169. On aura une solution approchée du problème en prenant comme instant du passage de l'étoile dans le vertical de la Polaire le temps de son passage au méridien inférieur, c'est à dire son ascension droite augmentée de 12 heures ou 180°; pour cet instant approché, on calcule l'azimut approché de la Polaire par la table de la page 168; avec cet azimut et la distance polaire de l'étoile on trouve par la page 167 l'angle horaire correspondant. Ce temps appliqué avec le signe voulu à l'heure de la culmination inférieure donne une seconde approximation de l'instant du passage dans le vertical de la Polaire. Avec cette valeur plus approchée on détermine un azimut plus précis de la Polaire et continuant ainsi on aura, par approximations successives, l'instant exact du passage de l'étoile par le vertical de la Polaire

---

Nous pouvons très bien suivre la manière dont Rœmer est arrivé à la solution: il considère d'abord le côté théorique du problème; voyant qu'il n'arrive pas à une solution simple, il cherche à tourner la difficulté par l'usage de tables. Il n'a pas cherché à simplifier les calculs dans le cas général mais s'est contenté d'un moyen donnant la solution pour la latitude qu'il occupait.

Les premières années de la „*Connaiscance des Temps*" [1] jusqu'en 1760 renfermaient la solution graphique de ce problème pour Paris sous la forme d'une projection sur le pôle céleste: on y voyait la Polaire jointe par des droites à la plupart des circumpolaires brillantes, et aussi quelques-unes de celles-ci entre-elles; le long de ces droites étaient inscrits les temps à ajouter à l'heure de passage du point vernal au jour considéré pour avoir les heures du passage dans le vertical de la Polaire ainsi que celles des passages de quelques autres couples d'étoiles dans un même azimut.

Rœmer a-t-il été amené par ses propres réflexions à s'occuper de cette question ou, ayant sous les yeux les données se rapportant à Paris, a-t-il voulu se rendre compte des résultats que l'on obtiendrait pour Copenhague? On ne saurait l'affirmer, mais il est certain que par ses tables il est arrivé à

[1] Commencée en 1678 par Jean Picard elle est la plus ancienne des éphémérides paraissant annuellement.

une solution originale assez commode de la question. Elle le serait plus encore si les interpolations avaient été rendues moins laborieuses, car il est facile de voir que le procédé par approximations employé par l'auteur est très convergent.

Nous ne trouvons pas dans les *Adversaria* que Rœmer ait fait usage de cette méthode pour déterminer l'heure; le manuscrit ne fournit aucun renseignement sur l'instrument auquel il avait recours pour cela. Faisait-il simplement usage d'un à plomb comme il était indiqué dans la „*Connaissance des Temps*" ou employait-il sa machine azimutale, qui pouvait convenir dans ce but? Dans son observatoire de campagne où il observa exclusivement depuis 1704 jusqu'à sa mort, arrivée en 1710, il n'avait en fait d'instruments que la roue méridienne et la lunette dans le premier vertical; nous croyons donc que s'il a appliqué sa méthode ce fut en se servant d'un fil à plomb.[1]

Si nous ne voyons pas d'applications du procédé, il n'en est pas moins curieux de rencontrer chez Rœmer une solution d'un problème théoriquement simple, mais nécessitant beaucoup de précautions dans son emploi. A ce problème sont liés dans la suite une série de noms illustres: Lambert, Cagnoli et Lalande en firent connaître des solutions plus élégantes que celles de Rœmer au point de vue théorique; au 19e siècle Littrow, Bessel et Hansen, firent souvent usage du procédé des passages dans le vertical de la Polaire; Döllen étudia le problème d'une manière très approfondie au point que l'on convient actuellement d'appeler *procédé de Döllen* celui qui consiste à déterminer l'heure dans le vertical de la Polaire. Plus récemment P. Harzer perfectionna encore la méthode, dont la solution peut être considérée maintenant comme parfaite.

[1] Par une allusion (page 7, lignes 6—7) nous constatons que l'auteur s'est servi des passages de deux étoiles dans le même vertical pour déterminer l'heure en campagne.

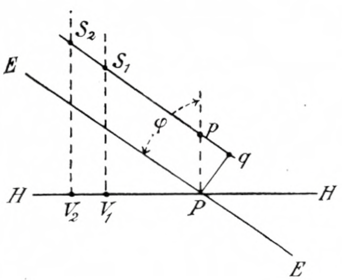
Sur la détermination des Equinoxes.

Depuis l'antiquité le moment de l'équinoxe se déterminait par les hauteurs méridiennes du soleil: pour obtenir cet instant d'une importance fondamentale on déterminait de jour en jour la hauteur méridienne du soleil et on voyait à quel moment cette hauteur devenait égale à la moyenne entre celles qu'occupait le soleil au solstice d'été et au solstice d'hiver. A mesure que les moyens d'observation devinrent plus parfaits on s'aperçut que les résultats donnés par cette méthode étaient viciés par l'effet de la réfraction; à l'époque de Rœmer ce principal facteur d'incertitude n'était connu qu'assez grossièrement. Il est tout naturel que notre auteur ait cherché un procédé autre, qui soit à l'abri de cet élément douteux.

Alors qu'il était depuis trois ans à Paris, en 1675, la même année où il s'immortalisa par la découverte de la transmission de la lumière, Rœmer présenta à l'Académie une méthode originale essentiellement différente du procédé habituel pour déterminer l'instant de l'équinoxe: les mesures de hauteurs y sont remplacées par des mesures de temps et d'azimuts. Nous ne connaissons ce procédé de Rœmer que par des extraits de ses manuscrits publiés par Horrebow dans la „*Basis Astronomiae*“; ce dernier a éprouvé de grandes difficultés à y retrouver le fil d'une méthode, qu'il expose comme une des applications les plus importantes de la lunette réciproque ou „*amphioptre*“ dont son maître était l'inventeur [1]. Avant d'examiner le texte des *Adversaria* à propos de cette question, nous rappellerons en quoi consiste la méthode primitive de Rœmer.

[1] P. HORREBOWIUS. Basis astronomiae sive Astronomiae pars mechanica ... 4°. Havniae 1735 § 257 à § 281.

On observe le soleil aux environs des équinoxes près de son lever et de son coucher et on note l'intervalle de temps entre ses passages dans deux verticaux voisins des points Est et Ouest de l'horizon. Comme on ne considère que des observations à un ou deux jours de l'équinoxe la déclinaison du soleil ne dépasse pas $\pm 1°$; en outre on observe à une distance d'un degré au maximum des points Est et Ouest, de sorte que les petits triangles sphériques, que l'on considère, peuvent s'assimiler à des triangles rectilignes et que le parallèle du soleil ne diffère pas sensiblement de l'équateur.



Soit donc HH l'horizon vu en regardant la sphère céleste de l'extérieur vers le centre; le point Est se confond avec le point Ouest dans la projection commune P, intersecton de HHi avec l'équateur EE. On admet que la déclinaison δ du soleil varie uniformément, ce qui revient à considérer le soleil comme fixe à une déclinaison égale à celle qui correspond à l'instant moyen des observations, soit très sensiblement au moment du passage au méridien supérieur ou inférieur suivant qu'on considère l'arc diurne ou l'arc nocturne. Admettons pour fixer les idées qu'il s'agisse de l'arc diurne et que la déclinaison du soleil soit boréale. Traçons en $q\ p\ S_1\ S_2$ le parallèle du soleil à une distance $Pq = \delta$ de l'équateur; nous supposerons donc que δ n'ait pas varié du matin au soir et que cette quantité soit égale à la déclinaison du soleil à midi vrai. On observe le matin le passage du soleil de la droite vers la gauche au vertical $S_1 V_1$ et le soir, le passage de la gauche vers la droite, suivant un arc de parallèle qui se projette sur celui du matin, cette fois au vertical $S_2 V_2$. Soit I l'intervalle de ces deux passages; par des opérations préalables on a mesuré l'angle peu différent de 180° entre les deux verticaux V_1S_1 et V_2S_2. C'est dans ces opérations qu'intervient l'amphioptre qui permet de choisir des repères autant que possible opposés sur l'horizon et dans une direction à peu près normale au méridien.

Soit A l'excès de 180° sur cet angle auxiliaire, c'est à dire: $180°—V_1P—V_2P = 180°—A$.

La connaissance de cet angle A permettra d'appliquer à l'intervalle de temps I, que le soleil emploie à parcourir l'arc de parallèle S_1 — méridien — S_2, une correction pour ramener cette durée à ce qu'elle aurait été si on avait observé le soleil exactement au premier vertical, soit au point p. La correction sera, φ étant la latitude de lieu:

$$S_1p + S_2p = (V_1P + V_2P)\frac{1}{\sin\varphi} = \frac{A}{\sin\varphi}$$

et l'arc diurne compté à partir du premier vertical sera

$$\text{Arc diurne} = \mathrm{I} + \frac{A}{\sin\varphi}.$$

Dans cette expression I est exprimé en angle à raison de 360° par jour vrai, puisque toutes les opérations se font sur le soleil vrai. L'observation étant ainsi ramenée à ce qu'elle aurait été au point p, l'écart entre l'arc diurne corrigé et 12 heures ou 180° est représenté par le double de l'arc pq; comme $Pq = \delta$ et que l'angle $pPq = 90° - \varphi$, on a:

$$2pq = 2\delta \operatorname{cotg} \varphi = 180° - \mathrm{I} - \frac{A}{\sin\varphi} \qquad \text{d'où}$$

$$\delta = \left(180 - \mathrm{I} - \frac{A}{\sin\varphi}\right)\frac{\operatorname{tang}\varphi}{2}$$

Par cette relation on obtient la déclinaison du soleil en partant des heures de passage; connaissant δ on en déduit le moment de l'equinoxe. A part la substitution de triangles rectilignes aux triangles sphériques, ce dont l'influence est pratiquement insensible,[1] et de mouvements uniformes du soleil à des déplacements qui ne le sont pas rigoureusement dans l'intervalle des observations, la méthode de Rœmer est donc théoriquement exacte. On voit que son application ne nécessite qu'une connaissance approchée de la latitude, et cela d'autant moins que l'observation est plus voisine de l'équinoxe et faite plus près du premier vertical; la réfraction n'intervenant pas, puisqu'on ne fait pas de mesures de hauteurs, e but que s'était proposé Rœmer est parfaitement atteint.

Sans doute l'application de cette méthode devait se buter à des difficultés très grandes: non seulement il s'agissait d'observer le soleil tout près de l'horizon où les images sont très mauvaises et les réfractions latérales à craindre, mais surtout de réaliser une pendule dont la marche soit suffisamment uniforme: c'est en effet la pendule qui constitue dans ce cas le véritable instrument de mesure et comment éviter des inégalités entre la marche diurne et nocturne, inégalités qui se reportent directement sur le résultat. Mais l'idée proposée n'en était pas moins fort ingénieuse, et il est curieux que la proposition soit pour ainsi dire passée inaperçue: on n'en trouve pas mention dans l'Histoire de l'Académie. Par un extrait d'une lettre de Delisle, que publie Horrebow[2], nous savons pourtant que Rœmer présenta cette méthode à l'Académie. Ses collègues académiciens auraient-ils fait des objections à cette proposition? Les recherches de ce modeste étranger auraient-elles été écoutées distraitement par la brillante académie?

Il ne semble pas, dans tous les cas, que des objections assez sérieuses aient été faites à la méthode de Rœmer pour décider celui-ci à abandonner son projet: revenu à Copenhague

[1] Rœmer tout en disant qu'il suppose les côtés moindres que 1° emploie dans son exemple un angle $A = 2° 8'$. P. Horrebowius loc. cit. p. 107.

[2] P. Horrebowius loc. cit. p. 106.

il s'en préoccupa encore; dans l'intervalle, il perfectionna la méthode par l'invention d'un instrument nouveau: la lunette équinoxiale ou lunette de passage dans le premier vertical.[1]

L'entête de la page 122 „Observationes aequinoctii vernalis 1702" fait présumer que, selon toute apparence, l'auteur a cherché à appliquer son procédé à l'équinoxe vernal de 1702; rien ne prouve toutefois que l'observation ait été effectivement réalisée. Ce qui est certain c'est que Rœmer avait conservé tant d'espoir dans son procédé que lorsqu'en 1704 il établit son observatoire de campagne dans la banlieue de Copenhague, il installa à côté de sa roue méridienne une lunette de passage tournant dans le plan du premier vertical. Un même pilier servait d'appui à l'un des tourillons de chaque instrument. On en voit la disposition dans la planche VIII de la „*Basis Astronomiae*" où Horrebow consacre un long chapitre à la lunette équinoxiale. La toiture présentait, tout comme pour la roue méridienne, une fente de 4 pouces de largeur dans la direction est-ouest pour permettre les observations à ce second instrument.

Mais ce n'est pas seulement par la substitution de la lunette équinoxiale à la lunette réciproque que la méthode exposée dans les *Adversaria* diffère du premier procédé que nous a fait connaître Horrebow: dans celui-ci, des intervalles des passages dans des azimuts voisins du premier vertical on déduit la déclinaison du soleil à son passage supérieur ou inférieur en employant une valeur approchée de la latitude du lieu; puis on en conclut l'instant de l'équinoxe. Dans la méthode nouvelle les déclinaisons du soleil n'interviennent nullement, pas plus d'ailleurs que la latitude du lieu, qui est complètement éliminée.

Horrebow, en discutant les observations de l'équinoxe

[1] P. Horrebowius loc. cit. § 451 . . . donne la description détaillée de cet instrument.

d'automne en 1706 et celles des deux équinoxes de l'année 1708 (loc. cit. p. 226) toutes obtenues par Rœmer à l'aide de la lunette équinoxiale y applique le premier procédé de l'auteur et n'a pas saisi l'usage qui celui-ci voulait en faire en réalité; il dit avoir éprouvé beaucoup de difficultés à rétablir la méthode de Rœmer d'après ses notes éparses [1] et présume qu'il n'a pu mettre la main sur tout ce que son maître avait écrit sur la question, *„laetus interim ipsam Rœmeri tractationem alibi, nisi fallor, inveniri integram“* (loc. cit. p. 106). Il s'agit très probablement des notes que la publication des *Adversaria* a mises au jour (pages 122 à 130). Voyons maintenant quelle est la nouvelle méthode de Rœmer.

De même que l'horizon divise le parallèle du soleil en un arc diurne et un arc nocturne, de même le premier vertical partage le parallèle du soleil en deux arcs inégaux en général, auxquels, par extension, Rœmer applique encore la désignation de jour et nuit. Toutefois pour les distinguer des jours comptés à la manière ordinaire, il appelle ces derniers des jours horizontaux (*DH*) tandis qu'il désigne les autres par jours verticaux (*DV*); de même il distingue des nuits horizontales et verticales (*NH* et *NV*). Ensuite il considère encore des jours équatoriaux (*D Ac*) et des nuits équatoriales (*N Ac*) correspondant aux passages dans des angles horaires de 6 et 18 heures. [2]

On peut d'ailleurs remarquer que les durées des *DV* en

[1] „Diu et anxie mihi meditandum erat, antequam praesens problema perfecte caperem . .“ et plus haut: „Descriptio hujus methodi . . . confusa admodum erat, ut tantum exhibere videretur prima methodi rudimenta nondum digesta“. Loc. Cit. p. 112 et 106.

[2] Ces derniers jours et nuits sont toujours de 12 h., dit Rœmer; cela n'est pas rigoureusement vrai, la variation de l'équation du temps d'environ 20 sec. par jour n'étant pas uniforme au moment de l'équinoxe. Il est vrai que les différences sont très minimes.

un lieu de latitude φ correspondent aux nuits NH d'un lieu de latitude $\frac{\pi}{2} - \varphi$, règle qui parait indiquée par ces mots *„proceditur ut in elevatione poli supra horizontem 34° 19' 30"* (page 123, l. 6). A la même page nous voyons que Rœmer a calculé la différence entre les levers horizontaux et équatoriaux, puis entre ceux-ci et les levers verticaux. Les premières différences, calculées par δ tg φ, δ étant la déclinaison du soleil, n'ayant pas d'usage l'auteur les a biffées; elles sont reproduites en noté à la page 123; les secondes, calculées par δ cotg φ se trouvent aux lignes 19—24 de la même page, pour des déclinaisons du soleil variant de 4 en 4′ jusque 64′, soit environ à trois jours de l'equinoxe.

Au moment de l'équinoxe, non seulement les nuits et jours horizontaux, mais aussi les nuits et jours verticaux deviennent égaux entre eux et égaux à un demi *„nycthémère"*. L'observation directe des longueurs des jours horizontaux ou des levers et couchers du soleil étant impraticable, Rœmer y substitue la mesure de la longueur des jours verticaux à l'aide de la lunette placée dans le premier vertical. Il trouve que si on réussit à obtenir successivement deux levers et un coucher, ou deux couchers et un lever on a toutes les données nécessaires pour déterminer le moment de l'équinoxe indépendamment de la réfraction, de la latitude, et même de la marche de la pendule si celle-ci est régulière.

Nous pouvons mettre son procédé sous la forme algébrique suivante: supposons que J et E représentent en général la date du jour d'observation et l'instant d'un équinoxe; J est un nombre entier, tandis que E sera exprimé en jours et fractions de jours vrais (temps local). La différence entre J et E ne dépasse pas deux ou trois jours, mais peut être positive ou négative. La déclinaison du soleil à midi vrai à la date J sera, en appelant $\varDelta$ la variation diurne de cette déclinaison au moment de l'équinoxe:

$$(J - E)\,\varDelta$$

pour autant qu'on puisse considérer $\varDelta$ comme constant pendant l'intervalle des observations; $\varDelta$ sera positif ou négatif suivant qu'il s'agit de l'équinoxe de printemps ou d'automne.

De même à minuit de la date $J + \frac{1}{2} + n$, n étant un nombre entier, positif ou négatif mais moindre que 2 ou 3, la déclinaison du soleil sera:

$$(J - E + \frac{1}{2} + n)\,\varDelta.$$

Pour calculer les longueurs des DV et NV nous ferons comme à la page 16 ci dessus: nous supposerons le soleil fixe à la déclinaison qu'il occupe soit à midi, soit à miniut de la date considérée. Dans ces conditions le jour vertical de la date J sera, en désignant par B un demi nycthémère:

$$DV_J = B - 2\varDelta \operatorname{cotg} \varphi\,(J - E) = B - 4\,x\,(J - E) \qquad (a)$$

φ étant la latitude du lieu et en posant avec Rœmer

$$x = \frac{1}{2}\,\varDelta \operatorname{cotang} \varphi$$

De même la nuit verticale de la date $J + \frac{1}{2} + n$ sera:

$$NV_{J + \frac{1}{2} + n} = B + 4\,x\,(J - E + \frac{1}{2} + n) \qquad (b)$$

Les seconds membres de ces égalités contiennent deux inconnues E et x, puisqu'on ne fait pas usage de la latitude du lieu. Il faudra donc deux équations telles que (a), ou une équation (a) et une équation (b) ou enfin deux équations (b) pour déterminer les deux inconnues du problème. [1]

Rœmer suppose que l'observation ait fait connaître la série des jours et nuits qui se suivent aux environs de l'équinoxe; il s'agit toujours de nuits et jours verticaux. Leur expression générale s'obtiendra en faisant, dans (a) et (b), $n = 0$ et J successivement égal à J, $J + 1$, $J + 2$, . . .

[1] Encore faut-il, pourqu'on puisse poser $B = 12$ heures, que la marche de la pendule par rapport au temps vrai soit déterminée par l'observation du midi vrai.

$$
\begin{aligned}
DV_J &= B - 4\,x\,(J - E)\,. \\
NV_{J+\frac{1}{2}} &= B + 4\,x\,(J - E) + 2\,x \\
DV_{J+1} &= B - 4\,x\,(J - E) - 4\,x \\
NV_{J+\frac{3}{2}} &= B + 4\,x\,(J - E) + 6\,x \\
DV_{J+2} &= B - 4\,x\,(J - E) - 8\,x \\
&\;\;\vdots
\end{aligned}
\qquad
\left.
\begin{aligned}
&\text{Différences} \\
&+ 8\,x\,(J - E) + 2\,x \\
&- 8\,x\,(J - E) - 6\,x \\
&+ 8\,x\,(J - E) + 10\,x \\
&- 8\,x\,(J - E) - 14\,x \\
&\qquad\vdots
\end{aligned}
\right\}(c)
$$

Si nous formons les différences de ces nombres nous voyons qu'elles sont alternativement positives et négatives, sauf le jour même de l'équinoxe où le même signe se repète deux fois. Dans ses calculs, Rœmer fait abstraction des signes, ce qui revient à changer de signe toutes les différences de rang pair. Nous voyons qu'alors on obtient une série de nombres formant une progression arithmétique de raison $4\,x$. Seulement ces nombres ne sont pas des différences au sens algébrique.

En outre nous voyons que le „jour-nuit" (compté à partir d'un lever au suivant) est toujours $2\,B + 2\,x$ tandis que le „nuit-jour" (intervalle d'un coucher au suivant) est $2\,B - 2\,x$.

L'auteur établit ces règles sur deux exemples numériques illustrés de figures explicatives, d'abord (page 123) celui où l'équinoxe tombe le 21 mars au lever du soleil dans le premier vertical; ensuite celui où l'équinoxe se présente le 20 mars à 15 heures (page 126). Il en déduit, sans donner une démonstration générale, ce procédé très simple: la comparaison des jours-nuits et nuits-jours fait connaître B et x, puisque leur somme est $4\,B$ et leur différence $4\,x$; ces quantités, introduites dans les expressions (c) donnent les valeurs de E, qui doivent être les mêmes comme contrôle.

Pour simplifier encore les opérations, l'auteur établit une table (page 126 lignes 17—29). Pour des équinoxes vernaux variant d'heure en heure entre 10 et 20 heures le 20 mars, on y trouve les retards ou avances des levers ou couchers (verticaux) sons forme d'un nombre d'heures et minutes multiplié par le facteur x, qui est supposé exprimé en fractions de jours. De même aux pages 127—128 nous reconnaissons un calcul semblable pour des équinoxes compris entre 0 et 24 heures le 20 mars et variant de trois en trois heures. De cette manière l'instant de l'équinoxe s'obtient à la simple inspection de la table ou plus exactement par une petite interpolation.

La méthode étant ainsi établie, il importe de rechercher de quelles erreurs elle est susceptible en pratique. Tout d'abord il faut que la pendule ait une marche uniforme, ce dont on s'assure par l'observation du midi vrai; c'est bien ce qui a été fait dans les exemples que rapporte Horrebow; si la marche de la pendule avait été déterminée à l'aide d'étoiles, il eut fallu la corriger de l'équation du temps trop imparfaitement connue alors.

Il faut ensuite que l'instrument d'observation n'introduise pas d'erreur: une certaine inclinaison de son axe de rotation n'aura pas d'influence sensible; on opère en effet à de très faibles hauteurs au dessus de l'horizon et les écarts provenant de l'inclinaison seront du second ordre par rapport à celle-ci.

De même une certaine erreur d'azimut, représentée par la première figure de la page 125, avancera ou retardera les levers et couchers de la même quantité, à des grandeurs du second ordre près; la longueur des jours et nuits dont dépend le résultat n'en sera pas altérée.

Quant à la collimation, elle a pour effet, comme l'indique la seconde figure de la page 125, de rendre inégaux l'hémisphère diurne et l'hémisphère nocturne; l'erreur correspondante allongera ou raccourcira les nuits et les jours verticaux d'une même quantité, toujours à des grandeurs du second ordre près; en faisant ce que l'auteur appelle les différences secondes

— et nous avons vu comment il fallait entendre ici cette expression — on trouvera encore le nombre $4x$; en outre les longueurs des jours-nuits et nuits-jours ne seront pas modifiées. [1]

Les erreurs instrumentales n'auront donc pas d'influence directe sur les résultats, à moins qu'elles ne deviennent trop grandes.

A la page 128 l'auteur explique comment il obtient la collimation; il pointe à l'Ouest un objet occupant le centre du champ; c'est un arbuste entre des maisons; la seconde figure de la page 130 représente sa forme dans le champ de l'instrument, qui renverse les images. A l'Est il vise l'arête de la cheminée d'une maisonnette sur le rempart, représentée à droite sur la même figure. Il retourne l'instrument sur le premier objet et ramène l'instrument sur ce repère en le déplaçant en azimut; regardant alors le repère Est l'écart sera non pas le double mais le quadruple de la collimation. Il est douteux que la précision obtenue soit plus grande qu'avec une seule mire et un simple retournement. L'écart n'est pas mesuré directement, mais seulement estimé par rapport à une longueur déterminée au préalable, peut être la distance entre les fils extrêmes du réticule; [2] car nous savons que Rœmer observait successivement les deux bords du soleil à chacun des trois groupes de trois fils que comprenait ce réticule. [3]

[1] L'auteur en donne la démonstration, page 125, l. 13—29; il est à remarquer qu'au lieu des différences premières $4x$, $8x$, ... données il eut fallu $4x + 4y$, $8x + 4y$, $12x + 4y$, ... ce qui n'altère d'ailleurs pas la conclusion.

[2] Nous voyons la disposition de ce réticule à la planche IX fig. 0 de Horrebow, Basis . . . .

[3] C'est la collimation ainsi déterminée que dans son exposé il a appelé y. Cette remarque, ajoutée après coup au bas de la feuille 73 b (page 129), n'est pas rigoureuse car si nous appelons c la collimation le passage au premier vertical ne sera pas avancé ou retardé de c mais bien de c cosée φ, le soleil traversant obliquement le champ de l'instrument. On pourrait cependant expliquer les choses en admettant que l'auteur ait estimé la collimation par rapport à la distance des fils exprimée par le

Par ce moyen on peut donc annuler la collimation mais l'auteur s'est contenté de l'avoir réduite à $\frac{52}{48}$ secondes (page 129 l. 10).

Il ne dit rien ici de la correction des autres erreurs instrumentales, notamment de l'inclinaison de l'axe, qu'il réduisait sans doute, comme pour la roue méridienne, par un fil à plomb, ni de l'azimut; Horrebow nous apprend (*Basis* ... § 463) que la position exacte de l'instrument en azimut était obtenue en comparant l'intervalle de temps entre le passage d'une étoile au méridien déterminé à la roue méridienne et les passages dans la lunette équinoxiale à l'Est et à l'Ouest. Ou bien encore au lieu de la lunette méridienne on employait la méthode des hauteurs correspondantes.

Nous voyons que Rœmer a étudié sa nouvelle méthode avec beaucoup de sagacité, tant au point de vue théorique qu'au point de vue de son application pratique.

Est-elle plus avantageuse que le procédé primitif? Oui, parceque il n'y a plus d'azimuts à mesurer et qu'il ne faut plus recourir à l'amphioptre et d'autres instruments pour marquer deux points opposés de l'horizon; ensuite parceque non seulement les réfractions mais aussi la latitude du lieu sont éliminées. L'auteur voyait un avantage appréciable dans l'élimination de la latitude parcequ'il la croyait, avec Picard, sujette à une variation annuelle sensible: nous savons actuellement que cette variation apparente était un effet combiné de la nutation et de l'aberration, qui avaient été pour ainsi dire touchées du doigt longtemps avant d'être clairement expliquées.

temps que met le soleil équinoxial à la parcourir. Les exemples numériques donnés par Horrebow (*Basis* . . . p. 222) montrent que le soleil mettait 70^{sec} environ pour passer du 2^e au 8^e fil, de sorte que leur distance était d'environ 40^s. Ce n'est donc pas là la longueur de 52^s qui est égale à 8 fois le quadruple de la collimation. Cette longueur de 52^s a donc été obtenu par quelqu'autre procédé.

Par contre la nouvelle méthode a des inconvénients que ne présentait pas la première: l'introduction de la latitude comme inconnue à éliminer exige une observation de plus; il ne suffit donc plus d'un lever et d'un coucher, mais il faut un second lever ou coucher. Il faut que non seulement la pendule ait une marche uniforme pendant tout le temps des observations, mais encore que les erreurs instrumentales n'aient pas changé; c'est là le point délicat du procédé; même actuellement nous ne nous fions pas pendant plusieurs heures aux corrections de nos instruments de passage modernes, établis avec tous les soins possibles; que pouvait être la stabilité d'un instrument installé comme celui de Rœmer? Les conditions d'observation doivent d'ailleurs être exceptionellement favorables pour qu'on puisse obtenir toutes les données nécessaires à une solution complète: passages au premier vertical pour la détermination des jours et nuits, passages au méridien pour contrôler la marche de la pendule.

En résumé quelqu'élégantes et ingénieuses que soient théoriquement les méthodes imaginées par Rœmer pour obtenir l'équinoxe indépendamment de la réfraction et de la parallaxe solaire, leur application devait être rare et difficile.

L'idée la plus fructueuse qui ait germé dans l'esprit de Rœmer au cours des réflexions qu'il fit sur le problème des équinoxes, c'est celle d'imaginer la lunette de passage dans le premier vertical. Bienqu'il l'ait réalisée primitivement à l'occasion du problème actuel et qu'il l'ait peu employée, comme nous apprend Horrebow, il se rendait parfaitement compte des autres usages qu'on pouvait faire de ce dispositif nouveau soit pour la détermination des refractions, des latitudes ou des parallaxes. [1] Surpris par la mort, Rœmer n'a pu suivre cette voie nouvelle, qu'il avait reconnue, mais il doit néanmoins être considéré comme l'initiateur d'une méthode

[1] P. Horrebowius. Basis Astronomiae. § 481.

qui, entre les mains de Bessel et de Struve a conduit à des résultats d'une importance fondamentale.

Quant à la date à laquelle tout ce paragraphe concernant l'équinoxe a été écrit, nous pouvons la fixer assez sûrement à l'année 1702. Nous voyons en effet que la méthode est expliquée sur l'équinoxe vernal de cette année, qui était sans doute proche. En outre aux pages 130—131 nous voyons tout un passage, qui date sûrement du printemps 1702, puisqu'on y traite, comme nous verrons plus loin, [1] d'une observation de Vénus à la date du 13 avril 1702.

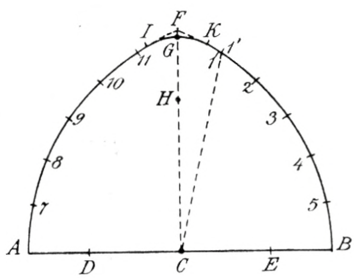
Gnomonique.

A l'époque de Rœmer la pratique des cadrans solaires, qui constituait un des chapitres essentiels de l'astronomie du moyen-âge, jouissait encore d'une très grande vogue. La plupart des auteurs de la Renaissance avaient apporté des contributions à la gnomonique, cette antique branche de l'astronomie; il en était résulté une littérature fort étendue. C'étaient tantôt des instructions à l'usage des amateurs de cadrans solaires, tantôt de volumineux traités où la plupart des cas particuliers et des artifices de construction étaient habillés sous une forme plus mathématique. Picard, Cassini et La Hire, les principaux astronomes avec lesquels Rœmer s'était trouvé en relation à Paris, avaient écrit sur la gnomonique. Rœmer ne semble pas leur emprunter quoique ce soit.

En parcourant les pages 136 à 140, puis la page 175 où Rœmer s'occupe de la construction d'un quadrant horizontal avec style incliné suivant la latitude de Copenhague, on s'aperçoit qu'il n'envisageait nullement le problème général de la gnomonique: il se propose seulement d'obtenir par un tracé géométrique les lignes horaires pour la latitude de son observatoire.

[1] p. 316 (104) du présent mémoire.

Les feuilles publiées ne renferment certainement pas tous les calculs numériques de l'auteur: ainsi, nous ne retrouvons pas le calcul des angles, que font avec le méridien les lignes horaires de 1, 2, ... 5 heures, dont le résultat est donné page 137 ligne 20. [1] La ligne précédente (page 137, ligne 19) indique les angles, fournis par un calcul basé sur le tracé suivant, proposé par l'auteur: Sur une droite AB perpendiculaire au méridien CF, portons des longueurs $CA = CB = 5$ unités arbitraires, $CD = CE = 3$ unités. De D et E comme centres décrivons, avec un rayon égal à 8 unités les arcs FB et FA; puis portant $CH = 5$ unités, décrivons avec H comme centre l'arc de cercle IGK tangent aux deux arcs précédents. Divisons l'arc $AIGKB$ en 12 parties égales; les points de division 7, 8, ..., 11, 12, 1, 2, ... 5, joints à C considéré comme centre du sciathère sont les ombres correspondant à 7, 8, ... 11 heures du matin, 1, 2, ... 5 heures de l'après midi.



Il est évident à priori que ce tracé ne peut être une solution rigoureuse du problème; tout d'abord on ne voit pas comment Rœmer pouvait diviser en 6 parties égales les arcs mixtes GKB, GIA. Sa manière de s'exprimer n'est pas rigoureuse sous ce rapport: car en y regardant de plus près l'examen des calculs de la page 136 révèle qu'en réalité il ne divise pas l'arc en parties d'égale longueur mais qu'il cherche par tâtonnement une ouverture de compas telle que la corde $B.5 = 5.4 = 4.3$ ... soit égale à la corde de l'arc mixte $1\,G$, qui est donc plus long que les arcs précédents.

[1] L'angle H de la ligne horaire avec le méridien s'obtient en fonction de l'angle horaire t et de la latitude du lieu φ par $tg\,H = \sin\varphi\; tg\,t$; en faisant $t = 1, 2, \ldots 5$ heures et $\varphi = 55°\,41'$ nous retrouvons exactement les angles en question.

Nous voyons en effet que, partant de l'angle exact $GC1'$ $= 12°29'$ correspondant à un angle horaire d'une heure, il détermine par l'intersection de $C1'$ avec l'arc KB le point $1'$ exact; connaissant $DC = 3$, $D1' = 8$ et l'angle $DC1' = \frac{\pi}{2} +$ $12°29'$ il obtient $C1' = 6{,}795$ et l'angle $BD1' = 56°2'30''$; d'autrepart connaissant CG et $C1'$ ainsi que l'angle compris entre ces côtés, il trouve la corde $G1' = 1{,}560$; remarquons en passant que pour résoudre le triangle $CG1'$ dans lequel sont donnés deux côtés et l'angle compris Rœmer se sert de l'élégante formule:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A - B) = \frac{a - b}{a + b} \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} C,$$

qui est attribuée à son compatriote Finke (1561—1656).[1] Divisant alors l'arc $B1'$ en cinq parties égales $\frac{56°\,2'\,30''}{5}$, il obtient comme longueur de la corde de chacune des parties 1,5624 unités. La concordance de cette longueur avec celle de $G1'$ paraît suffisante à l'auteur pour justifier son procédé, du moins en ce qui concerne la première ligne horaire. Cette concordance eût d'ailleurs été plus grande encore sans une petite erreur dans le calcul de $G1'$ (page 136 ligne 5) déjà remarquée par les éditeurs; le calcul exact donne $G1' = 1{,}5635$. Inversément il en résulte que le point 1, obtenu par Rœmer, ne diffère du point exact $1'$ que d'une quantité très minime et que la manière d'opérer fournit ce premier point avec une précision très suffisante.

Au début de la page 137 (lignes 2—6), Rœmer se demande encore s'il n'obtiendrait pas une concordance plus parfaite en partant d'un angle $GC1' = 12°\,30'$ ou $12°\,34'$. Il trouve que le résultat le plus exact s'obtient avec la première de ces valeurs. Cela provient de ce qu'il fait usage en partie des chiffres légèrement erronés obtenus en premier lieu.

[1] R. WOLF. Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur t. 1, p 178. Zürich 1890.

Il importe maintenant de voir si les droites joignant le centre *c* aux points équidistants 2, 3, . . . donneront les lignes horaires suivantes avec autant de précision que la première.

Nous voyons le commencement de ce calcul à la page 137, puisque nous y trouvons les arcs 1 *B*, 2 *B*, . . . (lignes 15—19); les calculs intermédiaires auront sans doute été faits sur une feuille volante; seuls les résultats sont donnés (ligne 19). Nous les avons vérifiés.

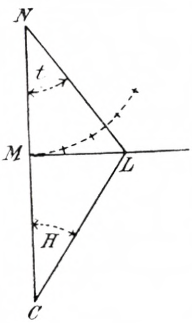
Le tracé que propose Rœmer n'a donc pas d'interprétation géométrique; il est purement empirique mais il faut reconnaître que l'auteur est arrivé à une solution singulièrement approchée de la vérité, puisque les écarts entre le tracé et le calcul direct correspondent à des erreurs de $^2/_3$ de minute seulement sur l'heure. L'auteur, il et vrai, ne s'est pas assuré si l'écart ne devient pas plus grand pour des points intermédiaires à ceux des heures entières. En réalité nous trouvons que l'écart maximum vers $4^h\ 30^m$ atteint 0,8 minutes. Mais nulle part le procédé ne donne une erreur supérieure à une minute de temps, de sorte que l'annexe *sine errore minuti horarii* que l'auteur a ajoutée à l'entête *Mechanica Horolog: sciatherici descriptio* de la page 136 (en note) est parfaitement justifiée.

Enfin Rœmer cherche une construction donnant la forme de la plaque triangulaire, dont l'hypothénuse sert de stylet du cadran. Il y arrive encore par tâtonnement. Il s'arrête à un triangle dont les côtés sont 9, 16 et $13\frac{2}{9}$ et remarque aussi que dans la construction précédente l'angle *BAF* correspond à 20′ près à la hauteur du pôle à Copenhague et peut donc être utilisé aussi pour obtenir la hauteur angulaire du stylet.

Tout ce paragraphe concernant la gnomonique n'a donc pas une bien grande portée. C'est plutôt une récréation mathematique qu'une analyse de la question. Si au lieu d'exercer son esprit inventif à trouver un tracé résolvant le problème avec une approximation suffisante pour la latitude où il se trouvait, l'auteur avait regardé la question à un point de vue géométrique plus général il aurait remarqué qu'elle était susceptible d'une solution s'appliquant à toutes les latitudes et joignant la simplicité du tracé à l'exactitude théorique: une telle solution se retrouvait par exemple dans la gnomonique de la Hire, [1] dont Rœmer n'ignorait certainement pas l'existence: Soient C le centre du cadran et CMN la direction du méridien. Marquons y les points M et N tels que

$$MN = CM \sin\varphi$$

φ étant la latitude du lieu; faisons l'angle $MNL = t$ angle horaire; la rencontre de NL avec la droite ML perpendiculaire au méridien donne un point L qui, joint à C, forme en LCM l'angle H. Pour avoir les lignes horaires il suffit donc de tracer les droites NL correspondant à des divisions équidistantes du cercle décrit de N comme centre avec MN comme rayon, et de joindre les points L à C. L'usage de cette construction remontait d'ailleurs à l'antiquité où on la trouvait souvent appliquée.



Quoiqu'il en soit l'étude que Rœmer consacre au problème de la Gnomonique ne l'a pas conduit à des conclusions de quelque importance générale. Intrigué pourtant par l'étrange procédé qu'il décrit pour tracer son cadran solaire, nous avons néanmoins examiné de près la marche suivie par l'auteur bienque nous nous soyons convaincus immédiatement qu'il s'agissait plutôt d'un artifice, convenant remarquablement bien à un cas particulier, que d'un procédé géométrique nouveau qui pourrait s'appliquer à toutes les latitudes. Cela nous a conduit néanmoins à plusieurs remarques intéressantes.

[1] Ph. de la Hire. La Gnomonique ou l'art de tracer des cadrans . . . Paris. 1682. 8°.

Comparaison du mouvement elliptique d'après Kepler et Seth Ward.

Rœmer établit à la page 142 l'écart numérique, que présente le mouvement du soleil, suivant qu'on le déduit des lois du mouvement elliptique, sur lesquelles Kepler avait basé ses tables Rudolphines ou de l'hypothèse de Seth Ward [1] qui faisait mouvoir les planètes sur une orbite elliptique d'un mouvement angulaire uniforme autour du foyer supérieur, hypothèse d'ailleurs empruntée à Bouillau. [2]

L'auteur donne le résultat de son calcul (lignes 6 à 12) pour des anomalies de $\frac{1}{8}\pi, \frac{2}{8}\pi, \frac{3}{8}\pi, \ldots . \frac{7}{8}\pi$, successivement pour l'excentricité d'après Kepler [3] puis pour une excentricité de 0,01685, que Rœmer considère comme plus exacte et qu'il tenait probablement de J. D. Cassini. [4] Ce résultat doit avoir été obtenu directement en faisant les différences entre les anomalies vraies calculées avec une même excentricité suivant l'une et l'autre hypothèse. Pour retrouver ces chiffres nous avons employé un développement en fonction des puissances de l'excentricité. Dans le mouvement Keplerien, l'anomalie vraie v_k comptée à partir de l'apogée, comme

[1] Astronomia geometrica ubi methodus proponitur, quâ primariorum planetarum astronomia sive elliptica sive circularis possit geometrice absolvi, opus astronomis adhuc desideratum, authore SETHO-WARDO, in cel. Acad. Oxoniensi prof. Saviliano. Londini 1656.

[2] Cette hypothèse, qui parut d'abord dans l'Astronomie Philolaïque de Bouillau en 1645 fut employée au 17e siècle et même au début du 18e sous le nom de „mouvement elliptique simple". Seth Ward s'était contenté de montrer la facilité de cette hypothèse pour le calcul, sans s'occuper de savoir si elle était plus exacte que celle de Kepler, et sans l'appliquer à faire des tables.

[3] La plus grande équation du centre dans les tables de Kepler $2°3'46''$ montre qu'il adoptait $e = 0.01800$. Rœmer savait qu'au cours du 17e siècle cette valeur avait été trouvée trop forte.

[4] C'est cette valeur qu'employa plus tard J. Cassini dans ses tables astronomiques. Paris 1740. Les tables du Soleil calculées par Rœmer à la fin des *Adversaria* sont faites avec $e = 0.01688$ (p. 236, l. 4).

c'était l'usage alors, s'exprime ainsi en fonction de l'anomalie moyenne m et de l'excentricité e:

$$v_k = m - 2\,e \sin m + \frac{5}{4}\, e^2 \sin 2m - \frac{e^3}{4}\left(\frac{13}{3} \sin 3\,m - \sin \mathrm{m}\right) \ldots$$

Dans l'hypothèse de Seth Ward on a

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}\, v_s = \frac{1 - e}{1 + e} \operatorname{tg} \frac{1}{2}\, m$$

d'où on déduit aisément

$$v_s = m \frac{2}{1}\, e \sin m + \frac{2}{2}.\, e^2 \sin 2m - \frac{2}{3}\, e^3 \sin 3\,m + \frac{2}{4}\, e^4 \sin 4\,m - ..$$

Pour une même excentricité nous aurons donc un écart:

$$v_s - v_k = -\frac{e^2}{4} \sin 2\,m + \frac{e^3}{12}\,(5 \sin 3\,m - 3 \sin m) + \ldots$$

les termes négligés ne dépassant pas $0.02''$ dans le cas de l'orbite de la Terre. Nous trouvons ainsi les écarts suivants pris dans le sens Seth Ward moins Kepler.

Anomalie moyenne	22°.5	45°.0	67°.5	90°.0	112°.5	135°.0	157°.5
Excentricité							
0.01800	— 11″.5	— 16″.6	— 12″.2	— 0″.8	+ 11″.3	+ 16″.9	+ 12″.2
0.01685	— 10″.1	— 14″.5	— 10″.7	— 0″.7	+ 11″.0	+ 14″.8	+ 10″.6

Ils diffèrent fort peu de ce que l'auteur indique aux lignes 6—12. Pour une orbite aussi peu excentrique que celle de la Terre, les deux manières de calculer ne donnent donc pas d'écarts très sensibles surtout pour les distances moyennes, au voisinage de $m = 90°$. Nous trouvons ensuite (ligne 16—20) les plus grandes équations du centre pour des excentricités de 0.0160, 0.0165, 0.0170, 0.0175 et 0.0180 dans l'hypothèse de Seth Ward; ces chiffres sont obtenus en faisant $m =$ 90°, de sorte que v est donné par

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}\, v = \frac{1 - e}{1 + e}$$

Sans l'usage du calcul différentiel, il était difficile de prouver que le maximum de l'équation du centre se produit non pas pour $m = 90°$ comme on l'admettait sans démonstration, mais pour une anomalie légèrement supérieure, aussi bien dans l'hypothèse de Kepler que dans celle de Seth Ward.

Rœmer s'occupe ensuite de ce qu'il appelle assez improprement l'hypothèse de Kirch. Il s'agit évidemment des tables que Guillaume Kirch avait publiés à Leipzig sous le nom de „*Ephemeridum motuum coelestium anni duodecim*; 4°, Lipsiae, 1681". Comme ces éphémérides étaient basées sur les tables Carolines de Street, construites elles-mêmes en admettant le mouvement elliptique simple, il n'y a de différence entre Kirch et Seth Ward que dans le choix des valeurs numériques des constantes du mouvement mais non dans l'hypothèse qui sert de base au procédé de calcul.

L'écart entre Kirch et Kepler provient principalement de ce que le premier adopte une équation du centre, ou — ce qui revient au même — une excentricité sensiblement moindre que le second et non de la manière différente de calculer le mouvement dans l'ellipse.

Rœmer parait s'être borné à la constatation de ces différences; du moins il ne s'exprime pas en faveur de l'une ou l'autre manière de calculer et ne discute pas la valeur relative des théories qui leur ont servi de point de départ.

Dans le cas de la Terre, l'excentricité étant minime, l'hypothèse de Kepler ou celle de Bouillau conduisait à des différences peu appréciables aux instruments de l'époque. Il n'en était plus de même pour d'autres planètes, comme Mars, dont l'excentricité plus forte avait servi de pierre de touche aux recherches de Kepler.

L'éclipse de Soleil du 14 septembre 1708.

Une éclipse de soleil, partielle à Copenhague, était attendue le 14 septembre 1708. Rœmer détermine graphiquement, par la méthode de Kepler, les circonstances du phénomène pour son observatoire. Dans le tracé, reproduit en fac-similé à la page 157, l'auteur fait usage des tables de hauteurs calculées précedemment (pages 152 à 156). Il trouve, en temps de Copenhague:

14 septembre 1708	Premier contact...	7h 8m	(matin)	Grandeur: 7 doigts.
	Milieu...........	8 5		
	Dernier contact...	9 10		

mais annonce qu'il va refaire les opérations plus exactement par une figure à plus grande échelle reproduite à la page 180. On y voit non seulement le parallèle de Copenhague, mais encore celui de l'Islande, pour laquelle Rœmer détermine aussi les éléments.

Dans la méthode de Kepler l'observateur est sensé se trouver sur la lune et regarder l'éclipse que celle-ci produit sur la terre. Le dessin, qui représente alors la terre vue du soleil, est appelé: „*schéma terrestre*"; mais on peut aussi supposer l'observateur en arrière de la terre et regardant la surface terrestre comme si le globe était transparent; c'est le „*schéma céleste*" de l'auteur. L'épure présente alors l'avantage de donner directement l'aspect de l'éclipse, tel que nous voyons ce phénomène au ciel, tandis que dans le premier cas il faut intervertir la droite et la gauche. Rœmer applique cette innovation dans les deux épures, que nous trouvons dans les *Adversaria*. De la seconde il déduit pour Copenhague les chiffres suivants:

	Adversaria p. 180	Canon der Finsternisse
Premier contact.....	7h 35m	7h 31.4m
Milieu..............	8 40	8 34.4
Dernier contact.....	9 46	9 39.4
Grandeur...........	8.28 pouces	8.1 pouces

Nous avons calculé les circonstances de cette éclipse d'après le „*Canon der Finsternisse*" d'Oppolzer, où l'on voit que le phénomène était total pour le nord de l'Europe et la Russie. Les heures sont données en temps vrai local et devraient recevoir la correction — 4.6^{m} pour être transformées en temps moyen.

La prédiction de Rœmer était en somme fort bonne pour l'époque. A ces calculs, l'auteur joint sous deux formes un peu différentes (pp. 158 et 181) une table de l'équation du temps vrai. Il appelle cette quantité „equatio absoluta" et en donne la valeur, à une demi-minute de temps près, en fonction de la longitude vraie du Soleil. Sa table diffère quelque peu de la table „physica" de Kepler[1]; pour le jour de l'éclipse la différence est d'environ deux minutes. Elle est extraite d'une table plus étendue, calculée jusqu'à la seconde de temps, que l'auteur avait dans ses notes.[2] Toutefois il n'en fait pas connaître la provenance. A la page 182 Rœmer réunit quelques remarques générales relatives à la manière de traiter le problème graphique des éclipses.

Les *Adversaria* ne renferment aucune indication relative à une observation du phénomène à Copenhague. Il fut visible dans la plupart des villes d'Europe et suivi entre autre à Paris par Cassini, la Hire et Maraldi.[3]

Les passages de Mercure en général et en particulier celui de 1707.

L'histoire des premiers passages de Mercure observés est trop connue pourque nous la refassions ici. La publication des *Adversaria* ayant fait connaître quelques détails de l'observation du passage de 1707 que Rœmer, seul parmi ses contemporains, réussit à voir, nous nous occuperons plus spécialement de ce passage.[4]

C'est pour le 5 mai 1707 (nouveau style) qu'était prévu

[1] Keplerus. Tab. Rudolph. p. 32.

[2] „*In chartis solutis*".

[3] Histoire et Mémoire de l'Ac. roy. des sciences. Paris. Année 1708. (Mém. pp. 403—407). Jacques Cassini détermina un certain nombre de longitudes par la discussion des observations recueillies (ibid. p. 415).

[4] Voir: *The Transit of Mercury in the year 1707.* Monthly Notices. Vol. 73 p. 34.

un passage de Mercure sur le soleil en son nœud descendant. Pour se rendre compte des circonstances dans lesquelles allait se présenter le phénomène et en particulier de sa visibilité à Copenhague, Rœmer se livre à des calculs assez étendus. Selon toute apparence, ceux-ci ont été effectués peu de temps avant le phénomène, de sorte que ces feuilles des *Adversaria* peuvent être datées assez sûrement du début de l'année 1707.

Rœmer sait que les tables Rudolphines [1] sont déjà sensiblement en erreur à son époque: plutôt que d'en déduire directement le résultat, il préfère prendre comme point de départ le passage de 1661, le premier qui fut observé au nœud descendant. C'est au sujet de ce passage que Hevelius publia son *Mercurius in Sole visus anno 1661*, ... Gedani 1662". Hevelius y fixe le moment de la plus courte distance (que Rœmer assimile à la conjonction) à 6^h 8^m du soir en temps de Danzig (loc. cit. p. 75). Partant de cette donnée Rœmer recherche non seulement par les tables de Kepler, mais encore par celles de la Hire [2] comment les circonstances sont changées après un intervalle de 46 ans. L'erreur du résultat sera donc seulement la variation de l'écart des tables au bout de ce laps de temps.

Pour nous rendre compte de la manière de calculer de Rœmer, suivons-en le détail aux pages 65—66, où il emploie les tables Rudolphines: il prend d'abord les moyens mouvements du Soleil et de Mercure depuis le passage de 1661 jusqu'au même jour en 1707, soit en 46 années juliennes plus un jour, l'année 1700 n'étant pas bissextile; puis les mouvements correspondants de l'aphélie et du nœud; ensuite il établit la variation de l'équation du centre de chacun des astres pour un degré de variation dans leur anomalie vraie: cela n'est pas exprimé ici d'une manière explicite [3] mais se trouve assez

[1] J. KEPLERUS. Tabulae Rudolphinae Ulmae. 1627.

[2] P. DE LA HIRE. Tabulae astronomicae Ludovici Magni .... Parisiis 1702. Nous avons employé la seconde Edition, publiée en 1727.

[3] page 69 (l. 24—31) et p. 74 (l. 32) à p. 75 (l. 3) le calcul est plus détaillé.

aisément dans les tables de Kepler: nous y voyons en effet, dans la colonne intitulée „*Intercolumnium*“, que pour une variation de 1° dans l'anomalie moyenne M de Mercure l'anomalie vraie varie des quantités V suivantes:

M	V	R
44°14′28″		
45 24 28	0°43′ 6″	16′54″
46 34 21	0 43 16	16 44

Pour 1° de variation dans l'anomalie moyenne les anomalies vraies sont donc en retard des quantités $R = 1° - V$. En interpolant on trouve pour $M = 45°$ et 46° des retards de 16′53″ et 16′44″ respectivement. Pour une anomalie moyenne comprise entre[1] 10 signes 14° et 10 signes 15° le retard est donc en moyenne de 16′48″; c'est bien le chiffre, qu'emploie Rœmer à la page 65 (ligne 35).

En outre nous voyons dans Kepler (l. c. p. 72) qu'en une heure l'anomalie moyenne de Mercure croît de 10′14″; la variation horaire de l'anomalie vraie s'obtient donc en multipliant l'intercolumnium par $\frac{10'\,14''}{60'}$. Pour les anomalies moyennes considérées ci-dessus les valeurs de cette variation seront respectivement 7′21.1″ et 7′22.8″; de sorte que pour une anomalie comprise entre 10 signes 14° et 10 signes 15° ou entre 46° et 45° la variation horaire est de 7′22″ au lieu de 7′23″ employé par Rœmer (page 65 ligne 35).

Pour le Soleil les chiffres sont exacts. Ayant obtenu les variations de l'anomalie moyenne au bout de 46 ans et 1 jour, l'auteur en déduit les variations correspondantes de l'anomalie vraie à l'aide des chiffres établis tantôt. Il trouve ainsi (page 66, ligne 16) qu'après un intervalle de 46 ans et un jour Mercure est de 16′20″ en retard sur la conjonction héliocentrique avec la Terre; d'autrepart le mouvement horaire heliocen-

[1] page 65 ligne 35: la limite inférieure de l'anomalie est évidemment 10 signes 14° au lieu de 10 signes 24°; la correction est dejà indiquée dans la table des matières par les Editeurs. Il n'y a pas ici de trace du calcul de cette anomalie moyenne; au contraire p. 78 l. 15 l'auteur donne 10 signes 18°.

trique de Mercure par rapport à la Terre étant de 7′23″ — 2′25″ = 4′58″ (page 65, ligne 39) il en résulte qu'en 1707 la conjonction aura lieu 16′20″: 4′58″ heures ou $3^h\ 17^m$ plus tard qu'en 1666.[1] Cela donne $6^h\ 8^m + 3^h\ 17^m = 9^h\ 25^m$ en temps de Danzig. En adoptant 25 minutes comme différence de longitude avec Copenhague, ce qui est très près de la vérité, Rœmer obtient *$9^h\ 0^m$* comme heure de la conjonction le 5 mai 1707.

L'heure employée est évidemment le temps vrai dont se servait Hevelius et dont on fit usage encore longtemps après Rœmer.

Cherchant ensuite à quelle distance du nœud se trouvait Mercure au moment de la conjonction, l'auteur établit qu'en 1707 la planète est plus écartée du nœud de 7′ 6″ en longitude relativement à la conjonction de 1661. La planète sera donc plus vers le nord de 7 ou 8″ en latitude héliocentrique, mais ce chiffre, déduit d'une variation de 1′10″ seulement en latitude pour 1° de longitude, est évidemment trop faible; l'auteur, qui a barré cette partie de son calcul le rectifie à la page 63, après avoir donné (p. 67) une série de règles de signes, qui eussent été superflues si ie problème avait été mis sous une forme algébrique.

Pour trouver l'argument de la latitude, Rœmer calcule pour l'heure de la conjonction, qu'il a trouvée ci-dessus, la longitude héliocentrique de Mercure et celle de la Terre qui devraient être égales; la différence de 5″ entre ces longitudes est considérée comme négligeable; il n'y correspond en effet qu'une minute de différence dans l'instant de la conjonction. Le résultat de ce premier calcul est résumé ainsi (page 68 l. 11—12):

La conjonction de 1707 arrive $3^h\ 17^m$ plus tard que celle de 1761 soit à $9^h\ 0^m$ à une latitude heliocentrique plus boréale de 52″.

[1] Dans ces calculs par fractions sexagésimales Rœmer se sert de la table des „Heptacosiades" de Kepler.

Rœmer déduit de même le passage de novembre 1677 observé par Gallet à Avignon[1] de celui de 1631 (Gassendi) qui est en même temps le premier de tous les passages observés. Il trouve que l'accord est satisfaisant. Il semble que l'auteur ait fait ce calcul pour se rendre compte de la précision qu'il peut espérer avec son procédé.

A ce procédé, qui consiste donc à calculer la différence de position de Mercure au bout d'un certain nombre d'années, d'où le nom de „*méthode des intervalles*" Rœmer en substitue un autre dans la suite; il l'appelle „*méthode des révolutions*". A cet effet il met sous forme de tables (page 68, l. 26—42) les multiples de la durée de révolution synodique, avec les changements correspondants de la position de l'aphélie et du nœud; puis il met en parallèle avec les variations du moyen mouvement et de l'aphélie les nombres d'années après lesquelles Mercure revient à peu près au nœud en conjonction avec le soleil, ou après lesquelles on doit s'attendre à un

[1] On peut s'étonner de ne pas voir le nom de Halley, plutôt que celui de Gallet associé au passage de 1677; l'astronome anglais l'avait observé dans de meilleures conditions à Ste Hélène que Gallet qui n'avait vu qu'une partie du passage. C'est à l'occasion de ce passage que Halley fit remarquer en premier lieu le parti qu'on pouvait tirer de ces phénomènes pour déterminer la parallaxe solaire. Voir à ce sujet:

Halley: Mercurii transitus sub Solis disco 1677. App. to Catal. stell. austr. 1679.

Gallet: Journal des Sçavans du lundy 20 déc. 1677, et aussi Histoire de l'Academie royale des sciences depuis son établissement jusqu'à 1686. T. 1. p. 156.

Page 69, ligne 2, nous trouvons le nom de Gallet suivi d'un nom illisible que les Editeurs ont rendu par dimst? Cela ne paraît pas être une altération du nom de Halley. Serait-ce peut-être une abréviation de *diversorum*?

La page 85 donne une série de notes sur les passages de Mercure observés au 17e siècle; là non plus on ne voit pas cité le nom de Halley. Les notes de Rœmer sont d'ailleurs fort incomplètes; qu'on les compare par exemple avec les observations discutées par Le Verrier. Annales de l'obs. Paris. V.

retour du passage. Plus loin, aux pages 70—71, Rœmer établit deux tables analogues mais plus étendues; il y met en regard les années ou les révolutions synodiques d'une part, les intervalles de temps correspondants calculés à une seconde près, les moyens mouvements, et les déplacements de l'aphélie et du nœud de Mercure d'autre part. Les tables sont calculées en partant des durées de révolution d'après Kepler, mais en préférant les tables de Louis le Grand aux Rudolphines pour ce qui concerne les mouvements de l'aphélie et du nœud.

C'est principalement la première table (page 70, l. 20—33) qui est utile pour calculer les retours. Grâce à leur usage, le calcul des conjonctions se fait facilement: partant d'une conjonction observée, et y ajoutant le nombre convenable de révolutions synodiques Rœmer obtient ce qu'il appelle la „*conjonction fictive*", instant pour lequel il détermine la différence entre les longitudes héliocentriques de Mercure et de la Terre; à l'aide du mouvement horaire relatif des deux longitudes, il trouve l'intervalle de temps correspondant à l'écart des longitudes et par suite l'instant de la conjonction vraie.

La méthode des intervalles et celle des révolutions doivent conduire évidemment au même résultat: dans toutes deux on cherche les positions vraies à un moment voisin de la conjonction, l'intervalle entre le moment choisi et l'instant cherché s'obtenant à l'aide du mouvement horaire de Mercure par rapport à la Terre. Il n'y a de différence que dans la manière de choisir l'instant approché de la conjonction; tandis que, dans le premier calcul, Rœmer prend un nombre entier de jours, dans le second il détermine l'heure approximative en ajoutant à l'origine le nombre voulu de révolutions synodiques. La seconde manière d'opérer est un peu plus exacte en général parceque l'intervalle entre la conjonction vraie et la conjonction fictive sera moins grand en général que l'intervalle qu'on obtient en ajoutant un nombre entier de jours à l'origine.

A la page 69 (l. 22) nous voyons l'application que fait Rœmer de sa méthode des révolutions ou des conjonctions fictives au même calcul du passage de 1707 en partant de celui de 1677, en employant les tables Rudolphines. Son calcul est illustré cette fois d'un tracé représentant l'aspect de la conjonction pour un observateur géocentrique. Le résultat est cette fois:

Heure de la conjonction en temps de Copenhague $8^h\ 59^m$. Latitude héliocentrique plus boréale qu'en 1677 de $52''$.

N'insistons pas sur les règles et calculs des pages 71, 72, 73, 76 et 77 où le même procédé est appliqué pour les conjonctions de novembre, au nœud ascendant, observées au cours du 17[e] siècle; la conjonction de 1631 suivant l'estimation de Gassendi est prise comme origine. L'auteur n'a consigné ici aucune remarque sur le résultat de ces calculs. Sans doute il les aura abandonnés pour concentrer son attention plutôt sur le passage imminent du 5 mai 1707: nous voyons en effet qu'il y revient encore aux pages 73 à 75 et 78—79.

Cette fois pp. 73—74 il se sert des tables de la Hire en prenant comme longitude de Copenhague 42 minutes à l'Ouest de Paris: les tables représentent le passage de 1661 avec un écart de $1^h\ 18^m$ (page 74 ligne 6) tandis qu'en appliquant la même correction à l'heure trouvée pour le passage de 1707 Rœmer obtient: [1]

[1] Remarquons que la longitude du nœud (p. 74 l. 5) en 1707 est $1^s 15^\circ 2' 14''$ au lieu de $1^s 15^\circ 1' 14''$ et que cet écart de $1'$ se traduit par une augmentation de $7''$ dans la latitude; au lieu de $36''$ nous aurions donc $43''$, chiffre plus voisin du résultat des calculs antérieurs.

Heure de conjonction en temps de Copenhague $9^h\ 21^m$. Latitude héliocentrique plus boréale de 36″.

La plus grande incertitude du calcul provient de la détermination du mouvement horaire de Mercure en longitude; page 74, l. 12 ce mouvement par rapport à la Terre est trouvé de 4′ 50″; page 75, l. 3, ce chiffre est fixé à 4′ 51″; c'est sans doute pour simplifier le calcul que l'auteur y substitue le chiffre 5′ 0″.

A la page 75 Rœmer s'occupe de la durée du passage: il remarque que tous les éléments, qui interviennent dans les calculs précédents sont héliocentriques et que, pour trouver les circonstances géocentriques, il faudrait réduire les latitudes et les mouvements horaires dans le rapport de la distance de Mercure au Soleil à celle de Mercure à la Terre. Mais, fait-il remarquer très judicieusement, il suffit d'augmenter le diamètre apparent du soleil dans la même proportion pourqu'on puisse conserver toutes les autres quantités. Tous les éléments de la figure au bas de la page 75 sont donc connus. La latitude héliocentrique à la conjonction figurée en *Db*, s'obtient en majorant la latitude héliocentrique de 1661 de l'angle 36″ — ou plutot 43″ — dont elle a augmenté; la latitude déterminée par Hevelius résultant de l'observation directe est évidemment géocentrique; il faut l'augmenter dans le rapport des distances pour avoir la valeur héliocentrique.

L'application de ce procédé au passage de 1707 conduit à une latitude géocentrique de 4′ 56″ (page 75, l. 40). Aux pages 76—77 l'auteur refait les calculs antérieurs d'une manière plus précise, en prenant cette fois comme mouvement horaire 4′ 54″ (page 78, l. 24) au lieu de la valeur arrondie 5′.

Cette fois Rœmer trouve enfin:

Heure de conjonction en temps de Copenhague $9^h\ 14^m$
Latitude héliocentrique plus boréale de 46″

Nous trouvons ensuite (page 79 l. 17 à 25) le calcul du diamètre angulaire du Soleil vu de Mercure; sans doute l'auteur en a déduit la durée du passage, mais on n'en retrouve pas le calcul ici. Plus loin (page 227), en discutant les résultats de son observation du 5 mai 1707, il conclut à une durée de passage de $6^h\ 35^m$, chiffre assez fortement erroné (page 227 l. 19). Mais n'anticipons pas sur l'observation même du phénomène. Retenons de ce qui précède que, suivant quatre calculs successifs présentant de légères variantes, la conjonction devait avoir lieu le 5 mai au soir vers 9^h d'après Kepler, vers $9^h\ 14^m$ d'après La Hire à une latitude géocentrique d'environ $+5'$, Hevelius ayant fixé à $+4'\ 27''$ la latitude apparente en 1661.

A ces prévisions nous pouvons joindre celles que nous trouvons à la page 229 (l. 1 à 4): en prenant directement le chiffre déduit des tables Rudolphines, Rœmer obtient comme date du phénomène le 5 mai à $9^h\ 25^m$ du matin; des tables de La Hire, il tire de même $8^h\ 0^m$ du soir. [1] D'après son calcul, dit-il, dans la détermination de l'écart avec l'observation il trouve $10^h\ 30^m$ du soir. Quel serait ce calcul? Nous venons de voir que les calculs des pages 65—80 l'avaient conduit à des heures comprises entre $8^h\ 59^m$ et $9^h\ 20^m$. A-t-il appliqué à ceux-ci une correction pour tenir compte de l'écart des tables d'après les passages au nœud ascendant de 1677 et 1690, dont il avait les éléments observés, au lieu de se baser uniquement sur les données d'Hevelius? Les deux passages postérieurs à 1677 [2] accusaient en effet un retard croissant comme cela ressort des calculs des pages 76—77, dont les résultats n'ont pas été discutés dans les *Adversaria*. Il est probable que Rœmer aura modifié en con-

[1] Nous avons vu ce calcul page 74 l. 10.

[2] Il est étrange que Rœmer n'ait pas utilisé l'observation du passage de 1697 faite par Cassini à Paris, et qu'il n'ait pas employé non plus les tables Carolines de Streete. Sans doute la date plus récente des tables de la Hire (1702) lui inspirait plus de confiance que les tables anglaises.

séquence ses prévisions au dernier moment, mais que ces calculs n'ont pas été conservés.

Rapprochons ces prévisions de l'astronome danois de celles de ses contemporains. En 1691 Halley avait présenté à la Société Royale de Londres un mémoire dans lequel il examine la périodicité des passages des planètes inférieures sur le soleil.

Ce mémoire [1] doit avoir échappé à l'attention de Rœmer. En ce qui concerne Mercure en particulier, Halley trouve que les retours aux nœuds reviennent à peu de chose près au bout de 13, 46 et 263 ans; il établit de combien les circonstances du passage sont modifiées après chacun de ces intervalles, en ce qui concerne l'heure de la conjonction aussi bien que les latitudes; puis partant de son observation du passage de 1677 à Ste Hélène, il donne un tableau de tous les passages de Mercure de 1600 à 1800. On y trouve pour le passage du 5 mai 1707 les données suivantes:

Heure de conjonction en temps de Londres: $12^h\ 6^m$
Latitude boréale $1'34''$

En outre Halley établit séparément pour le nœud ascendant et le nœud descendant les demi-durées des passages sur le Soleil en fonction de la plus courte distance géocentrique des centres. Pour la latitude boréale de $1'34''$ indiquée ci-dessus, la demi-durée est de $3^h\ 59^m$. Retranchant cette quantité de l'instant de la conjonction ou l'y ajoutant, Halley obtient les heures du commencement et de la fin du passage. En cela il commet une erreur supérieure à l'incertitude de ses tables: il n'a pas considéré la différence entre le moment de la conjonction et celui de la plus courte distance, qui

[1] De visibili conjunctione inferiorum planetarum cum Sole. ED. HALLEY. Philosophical Transactions 1691 p. 511 (N° 193) = Acta Eruditorum 1693 p. 59.

surtout dans les passages au nœud descendant peut atteindre près d'une heure. Toutefois pour le passage de 1707, la plus courte distance des centres étant petite, cette différence ne dépasse pas 6 minutes environ. Donc d'après Halley, l'entrée de Mercure se faisant à $8^h\ 7^m$ en temps de Londres, la sortie à $16^h\ 5^m$, le phénomène ne devait être visible que peu après son lever le 6.

Nous voyons que Halley a traité la question d'une manière plus générale et plus directe que Rœmer, bien qu'au fond leurs procédés soient équivalents. C'est surtout par le choix des éléments de Mercure que Halley a été plus heureux que Rœmer dans ses prédictions. Halley ne dit pas explicitement quelle est la source des éléments dont il se sert. Les mots „*juxta nuperas et accuratas observationes*“ (Acta Erud. 1693 p. 59) font supposer que c'étaient des éléments originaux; cela est d'autant plus probable que Halley s'est occupé longtemps de calculer des tables des planètes, qui ne furent publiées toutefois qu'en 1749, sept ans après sa mort.

Nous ne parlerons pas des prédictions très divergentes qui se trouvaient dans les nombreuses Ephémérides publiées alors de divers côtés. Nous rappellerons seulement une dissertation de J. Papken et de son élève Th. Szirmay ayant la prédiction du passage de Mercure pour sujet et présentée en séance publique à Greifswald le 12 avril 1707.[1]

On y trouve le calcul direct d'après les diverses tables en usage à cette époque: celles de Strauch[2], les tables Rudolphines

[1] Eclipsin lunae totalem... cui accedit calculus instantis Mercurii cum Sole congressus Die Maji Anni hujus currentis exspectandi dissertatione Astronomicâ Praeside Jeremia Papken, Mathes. Professore publicae disquisitioni subjiciet Thomas Szirmay, Nob. Hungarus. D. 12. Aprilis anni dicti. — Gryphiswaldiae, Typis Starckii.

[2] Il sagit sans doute de Aegidius Strauch (1632 Wittenberg—1682 Danzig) qui publia en 1659 son „Astrognosia synoptica“. Nous n'avons pu voir cet ouvrage.

de Kepler et les tables Carolines de Streete [1]. Le calcul d'après Kepler correspond bien à celui qu'avait fait Rœmer (page 229, l. 2); Strauch aurait avancé la conjonction jusqu'au 4 mai à $2^h\ 20^m$ en temps de Greifswald, tandis que d'après Streete la fin du passage aurait été visible pendant plus d'une heure le matin du 6 mai. Papken n'attache pas grande importance au premier (. . . *Strauchii exercitii gratia adduxisse*) ni à ce que pourraient donner d'autres éphémérides anciennes. Il cite d'après J. Hoffmann, l'auteur des *Ephemerides motuum cœlestium Berolini* (1701—1713), les heures calculées d'après Boulliau [2] et Wing [3]; enfin il connaît les circonstances qu'avait annoncées Halley. Comme conclusion et en présence des écarts considérables entre ces diverses prévisions, l'auteur engage les observateurs à „avancer la science des astres" en surveillant le soleil le 5 mai depuis son lever jusqu'à son coucher et aussi à son lever le 6 mai.

C'est ce que firent la plupart des astronomes de l'époque. Cassini et Maraldi rapportent leur insuccès à Paris. [4] Ils savaient que Halley avait prédit l'entrée de Mercure pour $8^h\ 15^m$ du soir en temps de Paris comme nous l'avons vu à la page précédente. Ils suivirent le soleil pendant toute la journée du 5 mai jusque peu avant son coucher. Les lettres de Rome, Bologne, Marseille et Montpellier disent la même chose; on y a observé le soleil, qui était d'ailleurs sans taches, toute la journée du 5 et le 6 au matin. Wurzelbauer à Nuremberg n'eut pas plus de succès.

[1] T. Streete. Astronomia carolina, a new theory of the celestial motions. Londini 1661. Réimpr. en 1710 et 1716.

[2] Bullialdus. Tabulae philolaicae, avec pagination propre dans: Astronomica Philolaica. Parisiis 1645.

[3] Wingius. Astronomia Britannica. . . Londini 1669.

[4] Hist. de l'Ac. R. des sciences. Paris. Année 1707. Mém. p. 175.

La Hire[1] est d'autant plus étonné de ce que sa prédiction du commencement vers 4 h. du soir à Paris ne se soit pas réalisée que son fils avait trouvé les tables d'accord avec les observations de Mercure au méridien avant et après le 5 mai.

G. Kirch n'obtint également que des observations négatives à Berlin.[2] Il a suivi le soleil avec grande assiduité à partir du 4 mai, le passage devant avoir lieu „un ou deux jours plus tôt ou plus tard que le 5 mai".

A Greifswald J. Papken[3] ne réussit pas plus le 5 mai; le 6 au matin il monta sur la tour de la ville pour mieux voir le soleil dès son lever, mais il n'aperçut pas Mercure, bienque le ciel fut limpide. Dans sa dissertation, qui date de 1710, il dit qu'à sa connaissance personne n'y réussit davantage.[4] Cette même affirmation est répétée par Papken à propos du passage de 1720.[5]

Nous voyons donc que Rœmer seul a réussi à voir le phénomène; les inscriptions que porte la figure de la page 229 des *Adversaria* ne laissent pas de doute sur la réalité de l'observation: mais Rœmer n'a vu la planète que dans des conditions très défectueuses; cela explique en partie le peu de publicité qu'il a donnée à son observation, dont l'existence ne fut connue que longtemps après sa mort: dans sa discussion au sujet du passage de 1723[6] Halley dit avoir eu connaissance de l'observation de Rœmer par l'intermédiaire de De l'Isle,[7] qui lui communiqua un extrait du journal ma-

[1] Hist. de l'Ac. R. des sciences. Paris. Année 1707. Mém. p. 84.

[2] G. Kirchii. De Mercurio in Sole. Anno 1707. Miscellanea Berolinensia. 1710. p. 218.

[3] De Conjunctionibus planetarum... praeside Jeremia Papken... subjiciet G. Buchholtz.

[4] ibid. p. 11. Gryphiswaldiae. (1710) p. 12.

[5] Jeremia Papken. Incursus Mercurii in discum Solis 1720. Typis Hœpfneri. p. 3.

[6] An account of the Appearance of Mercury ... By E. Halley. Philosophical Transactions N° 386. Vol. 33. London 1726. pp. 228—238.

[7] Nous savons que de l'Isle s'était occupé de faire un catalogue de tous les passages de Mercure observés: de l'Isle. Avertissement aux astronomes sur le passage de Mercure... Paris 1753.

nuscrit de l'astronome danois: „*Hodie sexto Maii* (*anno 1707*) *hora matutina 4h 19' spectabatur Mercurius in extremo margine solis jamjam exiturus; altus supra imum solis marginem* 1/4 *diametri solaris, et ad sinistram in Tubo* (*sc. invertente*) *accuratius haec determinare non licuit ob moram nimis brevem*".

Halley constatant que cette observation ne s'accorde pas très bien avec ses previsions insinue que probablement elle est due non à Rœmer même, mais à une personne moins compétente en la matière. La forme passive du texte latin pouvait en effet justifier cette interprétation dans une certaine mesure. Halley vérifie qu'au moment de l'observation à Copenhague le soleil venait seulement de se lever, ce qui est parfaitement exact; il ajoute qu'à Copenhague le soleil entra dans un banc de nuages immédiatement après la sortie de Mercure. Nous n'avons pu retrouver ni dans l'extrait qu'il discute, ni dans les *Adversaria* sur quoi se base cette affirmation.

Quoiqu'il en soit l'examen des *Adversaria* prouve abondamment que le dessin publié par l'auteur et les notes qui l'accompagnent sont bien le résultat des observations personnelles de Rœmer.

Dans la correspondance de Flamsteed, qu'a publiée Baily[1] en 1835, ce dernier a retrouvé l'indication d'une autre observation de la fin du passage de Mercure en 1707: elle serait due a Abraham Sharp à Little Horton (Angleterre). Baily oppose même l'observation de Sharp à celle de Rœmer, se faisant l'écho de la suspicion que Halley avait jetée sur cette dernière. Avant de rechercher de quel côté est la vérité, nous examinerons à l'aide des données modernes les circonstances du phénomène.

[1] Baily. An account of Flamsteed. in 4°. London 1835.

Nous nous sommes servis à cet effet des tables de Newcomb[1]. Nous avons calculé d'abord les coordonnées héliocentriques de Mercure et de la Terre le 5 mai 1707 de deux en deux heures, de 6 heures jusque 16 heures temps moyen de Greenwich. Afin de tenir compte de l'aberration les coordonnées de Mercure ont été corrigées, conformément à la méthode indiquée par Newcomb,[2] de leurs variations pendant le temps que met la lumière pour passer de Mercure à la Terre ($4^m\,37.3^s$). En cherchant le moment ou $\lambda_{\odot} - \lambda_{\mercury}$ s'annulle nous obtenons comme instant de la conjonction:

$$11^h\,28^m\,16.7^s \text{ t. m. Greenwich}$$

à la latitude héliocentrique $+\,1'\,20.7''$; puis, comme heures des contacts géocentriques, le 5 mai 1707:

1r contact	$7^h\,33.23^m$	t. m. Greenwich.
2e —	7 36.49	—
3e —	15 26.40	—
4e —	15 29.36	—

En outre nous avons cherché les circonstances de la sortie de Mercure pour Copenhague. Le réduction pour passer du centre de la Terre à un point de la surface étant petite, il n'est pas nécessaire de connaître très exactement le lieu d'observation. Nous avons fait le calcul en prenant pour coordonnées de Pilenborg[3]:

[1] Astronomical Papers . . . Vol. 6. part 1. Tables of the Sun; part 2. Tables of Mercury. Washington 1895. in 4°.

[2] Astronomical Papers . . . Vol. 1. p. 432. Washington 1882. in 4°.

[3] Rœmer observait alors dans son observatoire de campagne que, par une allusion classique, il avait appelé „Observatorium Tusculanum". Situé à 18 Kilomètres à l'ouest de Copenhague, sur le territoire du village de Vredsløsemagle, l'emplacement avait été choisi de manière à ce qu'il soit à la même latitude que la Tour astronomique de Copenhague. C'est là, près d'une maison de campagne entourée de saules — d'où le nom de Pilenborg — et ayant appartenu jusqu'en 1699 à son beau-père Er. Bartholin, que Rœmer avait érigé sa célèbre roue méridienne, ainsi que sa lunette dans le premier vertical pour l'observation des équinoxes; c'est là qu'il réunit depuis décembre 1704 jusqu'à sa mort, survenue en 1710, un nombre considérable d'observations plus précises que toutes

Longitude $0^h\,49^m\,18^s$ Est de Greenwich
Latitude $+\,55°\,40'\,53''$

et trouvé pour l'heure du dernier contact:

$15^h\,29.8^m$ t. m. Greenwich $=$ $16^h\,19.1^m$ t. m. Pilenborg.

Il est presque certain que, conformément à un usage suivi encore longtemps après Rœmer, l'heure donnée par celui-ci est exprimée en temps vrai. L'équation du temps vrai étant à ce moment de $+\,3^m\,40.0^s$, d'après les tables du Soleil de Newcomb, l'heure vraie de la sortie pour Pilenborg est:

$16^h\,22.8^m$

Le 3e contact, exprimé dans le même temps est $16^h\,19.8^m$.

celles de son époque; de ces matériaux précieux seul le „Triduum" du 21—23 octobre 1706 échappa à l'incendie de Copenhague en 1728, car tous ces documents inédits avaient été ramenés en ville peu après la mort de Rœmer, et l'abandon de son observatoire de campagne.

Grant dans son „History of physical Astronomy". London 1852 p. 463 a fait remarquer la confusion faite par Delambre dans son „Histoire de l'astronomie moderne" entre l'observatoire de campagne et „l'Observatorium domesticum" que Rœmer avait établi provisoirement dans sa maison à Copenhague pour échapper aux inconvénients que présentait pour les observations astronomiques la plateforme de la tour monumentale élevée, grâce aux instances de Longomontanus par le roi Christian IV aux confins de la ville.

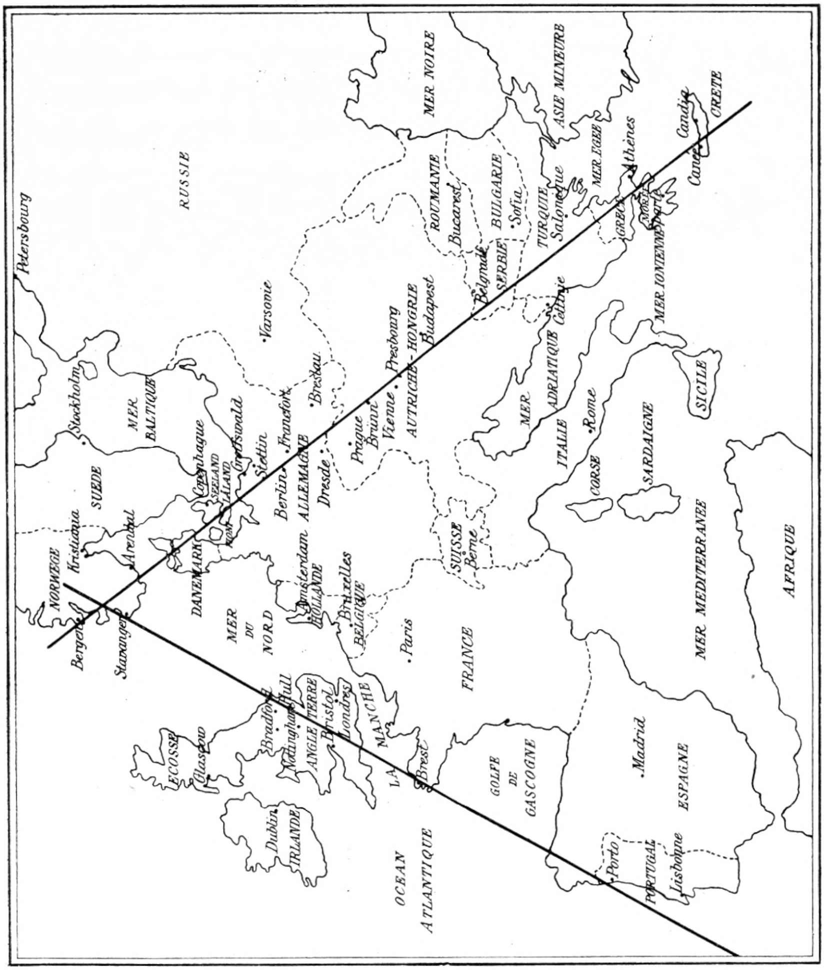
Houzeau dans son „Vade-Mecum de l'Astronome". Bruxelles 1882, page 978 fait une autre confusion: il croit que c'est la tour de Copenhague qui fut reconstruite en 1704 sur une éminence à l'ouest du premier emplacement, où on l'appelait alors „Observatorium Tusculaneum" et que c'est là qu'elle fut détruite par l'incendie de 1728.

La distinction entre les trois observatoires successifs de Rœmer ressort pourtant clairement des écrits de Horrebow: il en parle d'une manière circonstanciée dans sa „*Basis Astronomiae. Havniae 1735*" 4°. (page 139 et suiv.), et donne quelques détails complémentaires dans son *Atrium Astronomiae Havniae 1732*" 4° (pp. 57 et 77). Nous avons adopté comme position géographique de Pilenborg celle qui est employée par J. G. Galle dans son: „*Olai Rœmeri triduum observationum astronomicarum*" *Berolini 1845. in 4°*:

Longitude $0^h\,39^m\,57.5^s$ à l'Est de Paris
Latitude $+\,55°\,40'\,53''$

en tenant compte de la différence Paris—Greenwich $=9_m\,21.0^s$

Le même calcul donne comme angle de position de la sortie 255° par rapport à la direction nord, ce qui correspond pour le lever du Soleil à Pilenborg à un angle de position de 277° par rapport à la verticale.



La latitude apparente de Mercure était à ce moment de —1.9°. Ce jour là le bord supérieur du soleil avait apparu à l'horizon de Pilenborg à $16^h\ 8^m$ t. m. de sorte que le soleil était levé depuis 11 minutes seulement au moment de la sortie complète de Mercure. Toutes ces circonstances s'accordent assez bien avec l'observation notée par Rœmer le matin du 6 mai puisqu'il donne comme heure de sortie $4^h\ 19^m$, évidemment en temps vrai local; les circonstances ayant été très défavorables, Rœmer se demande immédiatement si le phénomène n'a pas été mieux visible en d'autres points du globe.

En tenant compte de la déclinaison du soleil[1] on peut tracer le terminateur à la surface de la Terre sachant qu'il passait à peu près par Copenhague. Nous avons recalculé cette ligne d'après les éléments ci-dessus; nous l'avons reportée sur la carte ci-jointe: elle correspond parfaitement aux indications de Rœmer qui la fait passer (p. 227) près de Bergen, Copenhague, Francfort s/O, par la partie orientale de la Bohême, de l'Autriche, de l'Albanie et de la Grèce, par la Crête, la Nubie etc. Tous les points situés à l'Est de cette ligne, comme la Suède, la Russie et l'Asie pouvaient donc voir la sortie de Mercure.

Rœmer cherche ensuite la ligne indiquant les points où le soleil était à l'horizon au moment de l'entrée de Mercure sur le Soleil. Ici Rœmer se trompe assez notablement en prenant comme intervalle entre l'entrée et la sortie $6^h\ 35^m$ alors qu'il aurait fallu 8 heures environ. Il en résulte que sa ligne est déplacée vers l'Ouest: elle ne rencontre plus aucun pays d'Europe et coupe l'Amérique du Sud depuis l'embouchure de l'Amazone jusqu'au détroit de Magellan. En réalité la ligne passait à environ $1^h\ 20^m$ plus à l'Est. Nous l'avons calculée exactement et reportée sur la même carte. Les points situés à l'Ouest de cette ligne pouvaient apercevoir Mercure entrant sur le disque solaire avant son coucher: on voit qu'une grande partie des Iles Britanniques étaient dans ces conditions de même que la pointe occidentale de la Bretagne et de l'Espagne. Les deux lignes de la carte partagent l'Europe

[1] La déclinaison du soleil à ce moment était de 16°15′ (et non 16° 15° comme il est indiqué p. 227, l. 16).

en quatre secteurs: le secteur dirigé vers le Sud renferme les points pour lesquels le passage a lieu entièrement pendant la nuit; c'est le cas pour la France, l'Allemagne occidentale et l'Italie, ce qui explique l'insuccès de la plupart des observateurs de ces pays; le secteur oriental correspond aux points d'où l'on pouvait voir le phénomène seulement un peu avant le lever du soleil le 6 mai; Papken à Greifswald aurait donc pu l'apercevoir aussi bien que Rœmer à Copenhague; peut-être les brumes de l'horizon ne lui ont-elles pas permis de distinguer la planète pendant sa courte visibilité. Le secteur Ouest correspond aux endroits où seule l'entrée de Mercure était visible avant le coucher du soleil. Little Horton, près de Bradford, où observait Sharp, se trouvait dans ces conditions; il est clair d'autrepart qu'il était impossible d'observer la sortie de Mercure en ce point.

Considérons maintenant de plus près l'observation de Rœmer: les divers éléments relatifs au passage sont représentés dans une figure, page 229. Tout d'abord l'auteur a tracé sur le disque solaire une droite horizontale marquée „Horiz", puis une parallèle à l'équateur, inclinée de 30°20′[1]; une ligne en

[1] Cet angle (p. 229, l. 7) a été calculé, à la page 158, portant l'entête assez vague „*De angulo in Sole*"; le sous-titre „*seu obliquitate motus diurni ad horizontem*" montre qu'il s'agit de *l'angle parallactique*. Rœmer sait que pour un parallèle donné cet angle a les mêmes valeurs pour des azimuts symétriques par rapport au premier vertical, et qu'il est maximum dans ce dernier plan. Il énonce ces deux règles sans démonstration. Pour obtenir l'angle d'une manière générale, Rœmer résout le triangle sphérique zénith (A) — pôle céleste (B) — astre (C) en le divisant en deux triangles rectangles par un arc vertical AD perpendiculaire au cercle horaire de l'astre; dans le premier de ces triangles, les deux côtés BD et AD sont fonctions de l'angle horaire seulement pour un lieu déterminé, ce qui amène l'auteur à en calculer une table pour la latitude de Copenhague ($\varphi = 55° 42'$). Il considère l'arc BD comme négatif lorsque le point D tombe en deçà du pôle par rapport à l'astre C, comme positif lorsqu'il tombe au delà du pôle, ce qui a lieu pour des angles horaires

trait interrompu correspond à l'écliptique, incliné de 17° 10′ [2] sur l'équateur, puis sous un angle de 7° avec l'écliptique nous trouvons une droite pointillée puis barrée, qui donne la direction de l'orbite vraie de Mercure; mais par suite du mouvement du soleil cet angle de 7° est augmenté en apparence dans le rapport du mouvement horaire héliocentrique de Mercure à son mouvement par rapport à la terre comme Rœmer l'explique en détail à la page suivante (page 230). L'orbite apparente est inclinée de 10° 19′ (ou 20′) sur l'écliptique de sorte que sa direction est donnée par le point *b* incliné de 2° 50′ seulement sur l'horizon [3] Rœmer a tracé ensuite, parallèlement à l'orbite apparente une ligne interrompue portant à son extrémité droite la mention „*calculatus exitus in lat. 5′*". Cette latitude est celle que l'auteur avait obtenue, comme nous l'avons vu plus haut, par divers calculs. La latitude 5′ a été visiblement portée sur le dessin en la prenant sur l'échelle graphique au bas de la figure: „*scala minutorum ex terra*". Enfin en trait plein nous trouvons l'orbite apparente sur laquelle sont reportées les heures 4, 3, 2 . . . en se servant des mouvements horaires donnés par la seconde échelle „*horarius* ☿ *in Solis disco*".

de plus de 6 heures. La table donne pour des angles horaires variant de 30 en 30 minutes les arcs *BD* et, au lieu de l'arc *AD* même, le log tang *AD* qui seul intervient dans la résolution du second triangle.

La table est suivie d'une application numérique au cas de la sortie de Mercure le matin du 6 mai 1707: la déclinaison du soleil est prise égale à 16° 20′ et l'angle parallactique pour l'instant $4^h\,15^m$, très voisin de la fin du passage de Mercure, est obtenu en prenant la moyenne arrondie des deux valeurs déduites de la table pour les heures $4^h\,0^m$ et $4^h\,30^m$. Le résultat n'est évidemment pas exact à 1′ près, mais cette valeur approchée est bien suffisante puisqu'elle n'est employée que pour faire le tracé de la figure de la page 229.

Il nous paraît probable que toute cette feuille 88^b date de 1707 et qu'elle aura été écrite à l'occasion de l'observation du passage de Mercure.

[2] La valeur de cet angle (p. 229 l. 8) est déduite sans doute de la table page 34 ou de la table équivalente de la page 179.

[3] Page 229, l. 11 il faut évidemment lire: „*orb. supra horiz*" au lieu de „*ecl. supra horiz*".

Rœmer n'ayant vu que pendant quelques instants le dernier point de l'orbite de Mercure sur le soleil et cela dans des conditions très défectueuses, il ne faut pas trop s'étonner de trouver assez en erreur la position du point de sortie, dont dépend le tracé de la trajectoire apparente et par suite l'estimation de la durée du passage. Par le même point de sortie, fixé par l'observation, Rœmer a mené une seconde parallèle à l'orbite vraie de Merçure, ce qui lui donne, par la position du point *a* le plus rapproché du centre, l'heure (12^h 50^m) du milieu du passage; mais l'auteur s'est ravisé ensuite: il a fait la même construction pour l'orbite apparente ce qui donne le point *c* environ un quart d'heure plus tard comme une note de Horrebow l'indique sous la figure; seule cette seconde construction est exacte puisque l'heure est obtenue par l'échelle du mouvement horaire de Mercure sur le disque solaire.

Les latitudes géocentriques de Mercure au commencement, au milieu et à la fin du passage ont été conclues de la même figure (page 230, lignes 9—12); elles sont tout aussi erronnées, leur valeur dépendant entièrement de la position attribuée à la sortie de Mercure sur le disque solaire.

Rœmer n'a d'ailleurs pas eu le temps de faire une mesure quelconque de ce phénomène fugitif, il n'attache pas un grand poids à son observation: „nous n'avons pu, dit-il, déterminer qu'à la hâte le point de sortie, le bord du soleil étant extrêmement ondulant à cause des vapeurs de l'horizon“.

Il faudra attendre, ajoute-t-il modestement, ce qui a été determiné en d'autres endroits, montrant le peu de confiance que lui inspire son résultat. Quant à l'heure de la sortie, nous voyons sur la figure de la page 229: *Heure observée 4^h 18^m*; mais Rœmer ajoute qu'il a estimé plus exactement la sortie à 4^h 19; enfin plus bas, en travers de la figure, nous lisons: *observation de Mercure sortant du soleil à 4^h 20^m le matin du 6 mai „inter undulas crispati solis“*. On ne sait donc pas trop si l'observation de Rœmer se rapporte au 3e ou au 4e contact, qui d'après le calcul que nous avons rapporté plus haut, avaient lieu à 4^h 19.8^m et 22.8^m respectivement. Que par suite des mauvaises conditions d'observation, la sortie paraisse avoir été notée un peu trop tôt, cela n'a rien que de très plausible. Somme toute on peut dire que, quant à l'heure, l'observation de Rœmer est en parfait accord avec les résultats des calculs basés sur les tables modernes.

Il est curieux de comparer ces constatations avec la seule indication que nous ayons pu rencontrer d'une observation positive autre que celle de Rœmer: comme nous le disions plus haut, Baily [1] en étudiant la correspondance de Flamsteed y découvrit plusieurs passages relatifs à une observation du phénomène par A. Sharp [2]. Celui-ci communique à Flamsteed, à la date du 17 mai 1707, que d'après les éphémérides de Parker [3] il s'attendait à voir l'entrée de Mercure sur le soleil le 5 mai au soir; mais le ciel fut nuageux. Le lendemain matin il aperçut le soleil à 4^h $52\frac{1}{2}^m$ sortant d'un banc de nuages de 3 ou 4 degrés de hauteur couvrant l'horizon et crut voir à cet instant Mercure juste au moment de sa sortie du disque solaire. Il communique toutefois son observation

[1] Monthly Notices of the R. Astronomical Society. London. Vol. 3 p. 105—107 (avril 1835).

[2] Abraham Sharp (1651—1742) est célèbre par son habileté dans la construction des instruments astronomiques; il assista pendant plusieurs années Flamsteed dans ses observations; c'est lui qui coopéra à l'édition si laborieuse de l'„Historia cœlestis britannica“ (3 vol. Londini. 1725) et qui calcula une grande partie des tables annexées à l'ouvrage. Retiré à Little Horton, sa ville natale située à une lieu au SW de Bradford, il s'y établit un observatoire.

[3] G. Parker. Mercurius Anglicanus, or the English Mercury being a compleate ephemeris of the celestial motions both heliocentric and geocentric exactly calculated from Astronomia Carolina. 12°. London. Publié de 1690 à 1781; une première fois en 1707, puis régulièrement à partir de 1721 les éphémérides paraissent sons le nom de Parker's Ephemeris.

avec beaucoup de réserve: „*I . . . got a transient sight of Mercury, . . . it was vanished . . . ere I could well recollect myself and get sufficient assurance that my sense was not deluded, . . . It appeared like a dark spot . . . not distinctly terminated but seemed encompassed with a thick haze or atmosphere*". Un schéma rudimentaire est joint à la lettre pour indiquer la position de la sortie de la planète; Sharp en déduit que celle-ci devait se trouver alors à un peu plus de 10′ de latitude australe.

Flamsteed répond à Sharp le 29 mai qu'il n'a rien pu voir à Greenwich, ni le 5 mai au soir, ni le 6 au matin; il s'étonne de ce que sur son dessin Sharp ait représenté Mercure comme une tache si grande (2 ou 3′) ce à quoi Sharp répond à la date du 16 juin: „*that what I saw . . . could not be certain to anything but the time*". Le dessin est fait seulement pour indiquer la position de l'apparence observée; mais Sharp avoue que la tache noire lui parut bien plus grande qu'il ne s'y attendait. Tout considéré, Baily conclut que l'observation de Sharp est bien authentique et il l'oppose à celle de Rœmer, rapportée par Halley, en ce qui concerne la latitude de Mercure.

Il est étrange que Baily n'ait pas approfondi davantage la question et en particulier qu'il n'ait pas considéré plus attentivement l'heure de l'observation de Sharp. Or nous venons de voir que la sortie pour Copenhague avait lieu vers $4^{h}\ 20^{m}$ temps local; cela correspond à $3^{h}\ 24^{m}$ à peu près pour Horton, qui est à 7 minutes à l'ouest de Greenwich. Le moment donné par Sharp ($4^{h}\ 52\frac{1}{2}^{m}$) arrive donc une heure et demi après la sortie de Mercure. Ce que Sharp a pris pour la planète ne peut donc avoir été la planète, pas plus qu'une tache solaire d'ailleurs puisque le soleil n'en présentait pas à ce moment, ce que plusieurs observateurs ont constaté. Ce qui montre que son observation est illusoire c'est non seulement l'heure, mais encore son schéma indiquant la sortie en un point à près de 60° du point réel. On ne pourrait d'ailleurs pas expliquer les choses en admettant qu'il y ait eu une erreur dans l'inscription de l'heure, car nous avons vu par l'examen de la carte qu'au moment de la sortie de Mercure, le soleil n'était pas encore levé à Horton. Sharp ne pouvait donc pas voir du tout le phénomène.

Quant à la latitude géocentrique, ce en quoi Baily trouve l'observation de Sharp plus satisfaisante que celle de Rœmer, nous avons calculé plus haut qu'elle était de — 1.9′ à la sortie. L'angle de position correspondant à Copenhague était de 277° par rapport à la direction verticale; Rœmer ne l'a pas mesuré; d'après Halley, il aurait noté que Mercure était à un quart de diamètre du soleil à partir du bord inférieur dans le champ de la lunette; cette grossière indication correspond à 300° d'où une erreur de 23°; le diagramme de Rœmer donnerait pour l'angle 307°, soit un écart de 30°. Mais Rœmer insiste beaucoup sur l'incertitude de sa détermination, de sorte que cet écart n'a rien qui doive surprendre.

L'angle donné par le diagramme de Sharp est 216°. Au point de vue de la position comme au point de vue de l'heure, l'observation de ce dernier doit donc être rejetée comme une illusion tandis que l'observation de Rœmer est aussi correcte qu'on peut s'y attendre étant données les conditions précaires dans lesquelles elle a été faite. Un coup d'œil sur le diagramme des *Adversaria*, qu'on doit retourner pour avoir l'aspect „*ut in tubo*", montre que les termes „*in tubo sc. invertente*" s'appliquent aussi bien à „*ad sinistrum*" qu'à „*altus supra imum solis marginem* $\frac{1}{4}$ *diametri solaris*" contrairement à la supposition de Baily.

Pour résumer ces remarques que nous a suggérées la lecture du manuscrit de Rœmer, nous pouvons dire que la publication des *Adversaria* a montré le parti que l'auteur avait tiré des éléments, qu'il avait sous la main pour prévoir les circonstances du passage de Mercure. Faisant mieux que la plupart de ses contemporains La Hire, Papken et Hoffmann, qui se contentaient de faire le calcul direct d'après l'une des tables imparfaites de l'époque, Rœmer part d'une observation bien établie et en déduit par différence les circonstances du phénomène imminent.

Son travail doit être considéré comme un travail d'orientation sur la question; rien d'étonnant qu'on y trouve des reprises successives et des tâtonnements, qui le font paraître assez décousu. Evidemment si l'auteur avait voulu publier quelque chose sur la question, il l'aurait présenté dans un ordre plus logique et d'une manière plus concise; sous ce rapport le travail plus systématique qu'a publié Halley sur le même sujet mettra toujours celui de Rœmer dans l'ombre; mais comme nous l'avons dit plus haut, au point de vue de la méthode l'étude de ce dernier n'est pas inférieure à celle de son illustre confrère anglais.

C'est surtout en ce qui concerne l'observation du phénomène par Rœmer que la publication des *Adversaria* a été précieuse: on y trouve la preuve que les doutes, qui ont été émis, quant à ses constatations sont injustifiés. Les conditions de visibilité que Rœmer a déduites pour les divers pays d'Europe sont remarquables par leur précision; si les déductions en ce qui concerne la durée du phénomène ainsi que les latitudes obtenues pour la planète sont moins heureuses, cela est dû uniquement aux conditions extrêmement défavorables dans lesquelles la sortie de la planète a été entrevue. Quant à l'heure de la sortie, elle s'accorde d'une manière parfaite avec celle qu'on déduit des tables actuelles.

Remarquons enfin que malgré la grande importance de son observation du passage de Mercure, à cette époque où les tables du mouvement des planètes étaient encore si incertaines, Rœmer la laissa dans l'oubli, dédaignant comme trop imparfaite une constatation dont la plupart de ses contemporains se seraient glorifiés. Si De l'Isle ne l'avait pas puisée dans le journal manuscrit de Rœmer avant que celui-ci ne fût détruit par l'incendie de 1728, cette observation serait restée ignorée jusqu'à nos jours.

Tables du Soleil.

On trouve dans les *Adversaria* diverses tables relatives au Soleil: outre les tables de hauteurs et d'azimuts calculées pour la latitude de Copenhague (pages 152—156), nous voyons à la page 84 les positions du Soleil calculées de 12 en 12 jours pour les quatre premiers mois de l'année 1707; les positions sont obtenues pour le méridien de Copenhague à la fois d'après les tables de Kepler et d'après celles de La Hire; les écarts entre les deux tables atteignent 7′36″ en longitude; entre les chiffres empruntés à La Hire l'auteur interpole les longitudes de 3 en 3 jours. Nous trouvons aussi des tables de diamètre du Soleil ou de ses durées de passage pour diverses époques de l'année (pp. 132. 133. 175).

La table la plus étendue est celle qui termine les *Adversaria* (p. 236—252). Elle a été calculée par Rœmer en 1701, pour son propre usage seulement (p. 249, l. 5—6). Les remarques, qui suivent la table et qui servent à en étendre l'application à n'importe quelle année aux environs de l'époque 1700, ont été ajoutées en 1707 (p. 249 l. 8).

La table a été calculée d'après la méthode de Kepler, en partant des éléments suivants: l'auteur place l'apogée au 19 juin 1700 à midi de Copenhague, par 98° de longitude; il réduit à 0.01688 (p. 236. l. 4) l'excentricité de l'orbite terrestre que Kepler avait fixée à 0.018 et transforme les coordonnées écliptiques en coordonnées équatoriales en prenant comme obliquité $\varepsilon = 23°30'$.

Il sait qu'en 1700 l'obliquité était un peu moindre; il donne $\varepsilon = 23° 29' 20''$. D'après les tables actuelles elle était de $\varepsilon = 23°28'42''$.

Dans les colonnes successives de la table (p. 237 et suiv.) nous voyons la date en style nouveau; le numéro d'ordre du jour dans l'année; le nombre de jours qui le séparent de l'apogée; en caractères gras, les dates en style ancien,[1] puis les longitudes exprimées en signes, degrés, minutes et secondes avec leurs différences, les déclinaisons, et enfin les ascensions droites arrondies à la seconde de temps.[2]

Dans l'intervalle des années 1692 à 1715 auquel s'applique la table, Rœmer néglige le mouvement de l'apogée dont l'influence est moindre que l'écart entre les meilleures tables. Dans ces conditions, la même table peut être employée pour les années voisines de 1700, sauf à changer l'argument *temps* d'une quantité constante pour chaque année.

En 1700 Rœmer suppose l'apogée au 19 juin à midi.[3] L'année suivante, en 1701 à la même date à midi, le soleil aura la même position que le 19 juin 1700, $5^h\,49^m$ avant midi, la longueur de l'année étant de 365 jours 5 heures 49 minutes. C'est le chiffre $12^h - 5^h\,49^m = 6^h\,11^m$ que nous trouvons en regard de l'année 1701 (page 251) en même temps que le logarithme de la fraction de jour correspondante. L'auteur emploie pour cela les tables de Bartsch donnant directement les logarithmes en fonction du temps. Ces logarithmes servent à interpoler entre les chiffres de la table.

On trouve de même les chiffres pour les autres années en tenant compte d'une différence de 24 heures après chaque année bissextile. La table de la page 251 est la forme définitive de celles des pages 242 et 252, qui l'ont précédée.

[1] On était encore dans la période de transition avant l'adoption générale du Calendrier grégorien.

[2] A la page 236 l. 12—13 les entêtes „Declin" et „*AR*^{tae}" doivent être transposées aux colonnes suivantes.

[3] Dans la table p. 251, l. 29, il donne $11^h\,59^m$ au lieu de midi, sans doute pour tenir compte de l'équation du temps.

Au lieu de la table, l'auteur emploie aussi une combinaison de disques gradués, dont il donne la description à la page 249.

Enfin pour tenir compte de ce que l'obliquité de l'écliptique est un peu moindre que celle qu'il adopte dans la table, Rœmer établit une table de correction en fonction des déclinaisons (p. 251) tandis qu'il considère comme négligeable l'influence d'un changement de 40″ dans la valeur de l'obliquité sur les ascensions droites. Cette influence n'est pas tout à fait négligeable pourtant: le changement d'ascension droite est de 0.58^s aux environs de 3 heures.

Par toutes ces remarques on voit que l'auteur n'avait pas pour but de faire une table nouvelle supérieure à celles qui existaient, mais seulement une table homogène assez exacte pour la discussion de ses observations postérieures à l'année 1692.

Les taches solaires et la position de l'équateur solaire par rapport au plan des orbites des planètes.

Les taches solaires avaient été découvertes au début du 17e siècle grâce à l'invention des lunettes astronomiques et presque en même temps par Fabritius, Galilée et Scheiner; elles constituaient un sujet d'étude particulièrement cultivé à l'époque de Rœmer. L'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences* de Paris renseigne de nombreuses observations relatives à leurs apparences changeantes, dans lesquelles intervient souvent le nom de Rœmer.

Revenu à Copenhague, l'auteur paraît avoir continué à les étudier. En effet à la page 34 (l. 39—40) il adopte comme position du plan de l'équateur solaire sur l'écliptique en 1700:

Longitude du nœud ascendant: $\Omega = 67.5°$
Inclinaison: $i = 7°$

chiffres qu'il déduit de ses propres observations ainsi que de celles qui sont publiées dans l'*Histoire de l'Académie des Sciences* pour 1703.

En outre il prend comme durée de rotation synodique du soleil 27 jours et s'en tient à ces éléments arrondis, parcequ'il est convaincu que les taches solaires ont des mouvements propres irréguliers. Ce fait avait déjà été reconnu par Scheiner, qui fut aussi le premier à déduire des trajectoires apparentes des taches à la surface du Soleil la position de l'axe de son équateur par rapport à l'écliptique.

Rœmer, étudiant géométriquement le mouvement des taches par suite de la rotation solaire, calcule une table (pp. 32—33) donnant l'angle de position de l'axe de rotation du Soleil par rapport au cercle horaire soit en fonction de la date, soit en fonction de la longitude vraie du soleil. Cette table a été obtenue en additionnant algébriquement les nombres des deux tables de la page 34 donnant d'une part (l. 2—17) les inclinaisons (a) des cercles de latitude sur les cercles horaires et d'autre part (l. 20—35) les angles de position (b) de l'axe de rotation du Soleil par rapport au cercle de latitude.

Si λ est la longitude du soleil et ε l'obliquité de l'écliptique, si i et Ω sont les éléments écliptiques de l'équateur solaire, le premier angle, a, est donné par:

$$\operatorname{tang} a = \operatorname{tang} \varepsilon \cos \lambda \tag{1}$$

et le second, b, par:

$$\operatorname{tang} b = \operatorname{tang} i \cos (\lambda - \Omega) \tag{2}$$

En regard de ces angles de position, distingués par *dext*(ra) et *sin*(istra) suivant qu'ils sont dans le 4e ou le 1e quadrant, Rœmer inscrit dans la table des pages 32—33 ce qu'il appelle la latidude des taches; il s'agit de la latitude héliocentrique de la Terre par rapport à l'équateur solaire, élément, qui correspond au petit axe de l'ellipse suivant laquelle se projette cet équateur sur la sphère céleste. Cette latitude c se calcule par:

$$\sin c = \sin i \sin (\lambda - \Omega) \tag{3}$$

L'auteur ne donne pas les formules qu'il a employées, mais ce sont évidemment les relations (1), (2) et (3) dont il a fait usage. La table est illustrée de croquis montrant les douze phases principales sous lesquelles se présente l'équateur solaire au cours de l'année. Scheiner avait obtenu les éléments de la rotation du Soleil en étudiant ces divers aspects; en particulier il fixait les dates auxquelles la trajectoire apparente des taches est rectiligne ou aussi courbée que possible; sans doute les éléments trouvés par Rœmer découlent aussi de la détermination de ces moment critiques, ou bien aurait-il fait usage d'un procédé graphique comme celui de Cassini? [1] Nous devons nous borner à des conjectures car l'auteur ne dit pas explicitement comment il a fixé les éléments qu'il emploie.

Passant alors à un autre ordre d'idées, l'auteur considère un problème intéressant au point de vue cosmogonique.

L'irrégularité des plans des orbites des planètes, tant sous le rapport des inclinaisons que sous celui des lignes des nœuds ne serait-elle pas plus apparente que réelle et ne proviendrait-elle pas de ce qu'on les considère d'habitude par rapport au plan de l'orbite terrestre, qui ne joue pas dans le système solaire un rôle plus préponderant que celui des autres orbites? Ne trouverait-on pas une régularité plus grande si on rapportait tous ces plans à celui de l'équateur solaire?

Telle est la question que l'auteur examine à la page 35 (une partie des calculs est reportée à la page 51). Il emploie pour cela les éléments des planètes d'après La Hire, rapportés à l'équinoxe de 1700. [2] Les inclinaisons et nœuds rapportés à l'écliptique sont transformés en inclinaisons et nœuds par rapport à l'équateur solaire (*ad viam macul.* page 35 l. 4) en considérant le triangle sphérique formé par l'écliptique, l'orbite

[1] JACQ. CASSINI. Eléments d'Astronomie. Paris 1740 p. 94. On sait que la plupart des méthodes exposées dans ce traité appartenaient à J. D. Cassini.

[2] P. DE LA HIRE. Tabulae Astronomicae Ludovici Magni . . . Parisiis. 1702.

de la planète et l'équateur solaire; Rœmer résout ce triangle, dans lequel on connaît un côté et deux angles adjacents conformément à un procédé qui lui est familier[1] en le partageant en deux triangles rectangles, comme on le voit sur les deux figures de la page 35 relatives aux cas de Saturne et de Mercure.

Les éléments par rapport à l'écliptique, qui avaient servi de point de départ, sont donnés en les rangeant dans l'ordre des longitudes des nœuds, dans les colonnes 2 et 3 du tableau suivant:

	Par rapport à l'Ecliptique (La Hire)			Par rapport à l'équateur Solaire	
	Ω	i		Ω	i
Mercure...........	45°	6°52′	☿	322°	2°43′
Mars..............	47	1 51	♂	255	3 40
Equateur solaire...	67½	7 0	♁	247½	7 0
Vénus.............	74	3 23	♀	242½	5 18
Jupiter...........	97	1 20	♃	241	5 46
Saturne...........	112	2 34	♄	228	5 29

Rapportés à l'équateur solaire, ils deviennent ceux des colonnes 5 et 6. L'auteur constate une plus grande concordance que dans le premier cas, sans que cette régularité ne soit ni absolue ni sans exceptions.

On attribue d'habitude à Jacques Cassini[2] l'idée originale de rapporter les orbites planétaires à l'équateur du Soleil, ce qui les fait apparaître comme moins irrégulières que lorsqu'on les rapporte à l'écliptique. Des recherches plus récentes ont parfaitement confirmé ces résultats, notamment en ce qui concerne les orbites des petites planétes.

Il est curieux de retrouver déjà chez Rœmer en 1707[3] cette constatation importante, en même temps qu'une preuve nouvelle de l'originalité de ses conceptions.

[1] Voir par exemple aux pages 227 (15) et 271 (59) du présent mémoire.

[2] J. Cassini. De l'inclinaison du plan de l'écliptique et de l'orbite des planètes par rapport à l'équateur de la révolution du Soleil autour de son axe. Mémoires de l'Ac. roy. des Sciences. Année 1734 p. 107.

[3] L'auteur dit avoir écrit ces feuilles en 1707 (voir p. 52 l. 5).

Interpolation.

Rœmer éprouvant souvent la nécessité de faire des interpolations a réuni aux pages 142 à 151 quelques règles pratiques, convenant à tous les cas qu'il a rencontrés. „Faute de les avoir sous la main, dit-il, j'ai perdu plusieurs heures et même des jours“ (page 145 l. 7—8).

Il ne s'est donc pas occupé du problème général de l'interpolation, résolu de fait par Newton, dès que celui-ci eut établi la formule du binôme. Déjà au cours du 17e siècle, il est vrai, Briggs calculant des tables de logarithmes et Mouton à propos de tables solaires [1] avaient résolu la question sans pourtant s'élever au cas général. Rœmer aussi, sans qu'il paraisse avoir eu connaissance des moyens employés par ses prédécesseurs, restreint immédiatement son examen au cas où les différences secondes sont constantes „ou à peu près“ comme il l'a ajouté en remarque à la fin de la dernière feuille consacrée à ce sujet (page 151, l. 33—36).

Tout ce passage ne contient pas de démonstration véritable: nous y rencontrons une série de règles numériques pour le cas où il s'agit d'intercaler 1, 2, 3, etc. termes équidistants entre ceux d'une série de nombres et il semble bien que l'auteur y soit parvenu empiriquement, en examinant ce qui se passe dans un certain nombre de cas particuliers.

Pour interpoler par différences secondes, il intercale d'abord des nombres par parties proportionnelles, puis applique à ceux-ci les corrections nécessaires, qui se présentent sous forme du produit de la différence seconde constante par un coefficient numérique.

Nous en trouvons facilement la valeur générale de la manière suivante: soit

$$f\ (x) = ax^2 + bx + c \tag{1}$$

[1] Voir: DELAMBRE. Histoire de l'Astronomie moderne. Tome II. Paris. 1821. pp. 360 et suiv.

la fonction entre les valeurs successives de laquelle il faut interpoler. L'argument x croissant par intervalles égaux h la différence seconde constante sera:

$$\varDelta = 2\,ah^2 \tag{2}$$

Si nous subdivisons l'intervalle entre $f(x)$ et $f(x+h)$ en n parties, c'est à dire si on intercale $(n-1)$ nombres correspondant à des valeurs équidistantes de x, le m^e de ces nombres aura la valeur

$$f\left(x+\frac{m}{n}h\right) = ax^2 + \left(2\,a\frac{m}{n}h + b\right)x + c + b\frac{m}{n}h + a\frac{m^2}{n^2}h^2 \tag{3}$$

tandis que si nous avions interpolé par parties proportionnelles nous aurions eu:

$$f_1\left(x+\frac{m}{n}h\right) = ax^2 + \left(2a\frac{m}{n}h + b\right)x + c + b\frac{m}{n}h + a\frac{m}{n}h^2 \tag{4}$$

Aux nombres (4) nous devons donc appliquer la correction $f - f_1$ soit

$$C = a\frac{m}{n}\left(\frac{m}{n} - 1\right)h^2 = -\varDelta\frac{m\,(n-m)}{2\,n^2} \tag{5}$$

expression dont résultent immédiatement les coefficients numériques de la page 143 (lignes 1—9) en faisant sucessivement

$n = 2,\quad m = 1.$
$n = 3,\quad m = 1$ ou $2.$
$n = 5,\quad m = 1$ ou $4,\ 2$ ou $3.$
$n = 7,\quad m = 1$ ou $6,\ 2$ ou $5,\ 3$ ou $4.$

Pour $m = 1$ ou $m = n - 1$ nous trouvons

$$C_1 = -\frac{n-1}{2\,n^2}\varDelta \tag{6}$$

correction du premier ou dernier nombre intercalé par parties proportionelles; c'est la règle (page 143 l. 12—13) d'où sont tirés les coefficients de $\varDelta$ pour $n = 3, 4, 5 \ldots$ jusque 10 (l. 15—22). Il n'est nullepart question du signe de la correction.

Aux lignes 23—38 de la même page 143, Rœmer montre par un exemple que lorsqu'on veut intercaler deux nombres ($n = 3$) la correction est $\frac{1}{9}\Delta$, quantité qui est en même temps la différence seconde de la différence seconde de la nouvelle série de nombres.

Ensuite il s'occupe plus spécialement de quintupler une table, c'est-à-dire du cas $n = 5$. Il donne d'abord la solution résultant de la formule (5) ci-dessus; puis (page 144) il indique un autre procédé, plus expéditif mais seulement approché, ce que l'auteur ne paraît pas avoir remarqué: on interpole d'abord par demi-intervalle; au nombre médian on applique avec le signe approprié le $\frac{1}{10}$ de la différence première de la série primitive et on obtient les 2e et 3e nombres à intercaler; les 1r et 4e s'obtiennent en interpolant par demi-intervalle entre les nombres déjà obtenus.

Il est douteux que ce moyen soit plus rapide; il n'est évidemment pas rigoureux. Cherchons l'erreur commise: la différence première de $f(x)$ est

$$2\,ahx + bh + ah^2 \tag{7}$$

La valeur médiane et le 2e nombre s'obtiennent en faisant successivement dans (3):

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{2} \text{ et } \frac{2}{5}$$

ce qui donne

$$ax^2 + (b + ah)\,x + c + \frac{1}{2}\,bh + \frac{1}{4}\,ah^2 \tag{8}$$

$$ax^2 + (b + \frac{4}{5}\,ah)\,x + c + \frac{2}{5}\,bh + \frac{4}{25}\,ah^2 \tag{9}$$

Pour passer de (8) à (9) il faut appliquer à (8) la correction (9) moins (8) soit en valeur absolue:

$$\frac{1}{5}\,ahx + \frac{1}{10}\,bh + \frac{9}{100}\,ah^2 \tag{10}$$

tandis que d'après la règle que l'auteur donne comme étant générale la correction est le $\frac{1}{10}$ de la différence première donnée par (7). On voit que l'erreur commise est, abstraction faite du signe: $(10) - \frac{1}{10}(7)$ ou

$$\frac{1}{100}\,ah^2 = \frac{1}{200}\,\varDelta$$

C'est aussi l'erreur du 3e terme; il est facile de voir que les 1r et 4e nombres intercalés sont aussi affectés de la même erreur. Dans les exemples de Rœmer ces erreurs sont petites, et elles ont d'autant moins d'importance dans ses applications numériques, qu'il étend son procédé sans changement au cas où les différences secondes ne sont pas tout à fait constantes. [1]

L'auteur s'occupe ensuite (page 145) du cas où la série des nombres correspond à des accroissements inégaux de l'argument. Il a, par exemple, déterminé par l'observation au méridien la déclinaison du soleil pour un certain nombre de jours non équidistants et cherche les déclinaisons aux jours intermédiaires. Le procédé de Rœmer se reconnaît aisément: il cherche les différences premières moyennes dans les divers intervalles et déduit de là les différences secondes de la série supposée complètée; si $\varDelta'$ est cette différence seconde on aura évidemment pour un intervalle quelconque:

$$\varDelta' = \frac{2\,ah^2}{n^2}$$

et si pour retrouver la série complète des nombres nous employons encore le procédé indiqué plus haut, consistant à calculer d'abord les nombres par parties proportionnelles puis à y appliquer les corrections pour tenir compte des différences secondes, la formule (5) devient ici:

$$C = -\frac{m\,(n-m)}{n^2}\,ah = -\frac{m\,(n-m)\,\varDelta'}{2}$$

[1] La règle de „triplication" qu'il donne p. 145 l. 2 est encore moins rigoureuse; en opérant comme nous venons de faire ci-dessus nous trouvons que l'erreur est ici de $\frac{1}{72}\,\varDelta$.

Ce sont les coefficients $\frac{m(n-m)}{2}$ que nous retrouvons au 3e lemme (page 146). Ce sont ces nombres que Horrebow a laborieusement établis sur trois exemples numériques dans son „*Ars interpolandi*“ [1] publié en 1732 comme annexe à son „*Atrium Astronomiae*“. Horrebow y expose longuement les procédés, restés inédits jusque là, qu'avait imaginés son maître. Il avait trop de vénération pour celui-ci que pour s'en attribuer quelque chose. [2] Il semble bien qu'il ait eu en main les pages des *Adversaria* que nous venons d'examiner. Il n'y ajoute rien d'essentiel et fait même usage de l'exemple numérique des pages 148—149. Le contraste entre la prolixité et l'emphase du disciple avec le texte sobre et concis caractérisant tous les écrits du maître est particulièrement frappant ici.

Rœmer termine ces notes sur l'interpolation en donnant une règle qu'il retrouve dans ses notes de 1675, datant donc de son séjour à Paris (p. 150). On peut montrer qu'elle est équivalente aux règles qu'il a données en commençant, en supposant successivement le nombre des termes intercalés égal à 1, 2, 3, etc. Car sa formule (page 151, l. 5) peut s'écrire:

$$p = \frac{P}{v} - \frac{v-1}{2\,v^2} D$$

ce qui exprime précisément qu'aux nombres $\frac{P}{v}$ résultant de l'interpolation par parties proportionnelles il faut appliquer la correction donnée par notre formule (6).

Ce qu'il y a de plus intéressant dans cette règle c'est sa forme algébrique, car à cette époque et comme nous le voyons presque partout dans les *Adversaria* on préférait les textes laborieux au langage concis des signes mathématiques. Il n'est d'ailleurs pas impossible que Rœmer ait reçu ce procédé

[1] P. Horrebowius, Ars interpolandi sive ratio implendi seriem numerorum ex differentiis secundis. p. 10.

[2] ibid. page 2, § 3.

d'interpolation de quelque contemporain; d'autant plus qu'il ne paraît pas se douter que sa formule n'est que l'expression un peu modifiée des règles qu'il a établies dans les pages précédentes; il est vrai que rien ne corrobore cette supposition.

Nous ne pouvons fixer exactement l'époque à laquelle ce passage a été écrit; nous avons cru pouvoir en trouver une limite en recherchant quand avaient été faites les observations de déclinaison solaire, qui font l'objet de l'exemple numérique des pages 148—149. Les manuscrits des observations de Rœmer ayant péri dans l'incendie de 1728, Horrebow n'a pu, dit-il, retrouver en quelle année ces observations auraient été effectuées.[1] Mais en y regardant de plus près nous nous sommes aperçus que ces chiffres sont empruntés aux tables du soleil, qui terminent les *Adversaria.* — Ce ne sont donc pas des observations comme Horrebow l'a cru; en outre, comme les tables mentionnées ont été calculées en 1707[2] (page 249 l. 6) les notes sur l'interpolation doivent être postérieures à cette année.

De la Réfraction Astronomique.

Sans vouloir refaire ici l'histoire de la réfraction astronomique il faut, pour bien comprendre la portée des notes que Rœmer a consacrées à ce sujet dans les *Adversaria*, rappeler combien cet élément essentiel au point de vue de l'astronomie pratique était encore imparfaitement connu alors.

Kepler avait montré[3] que contrairement à l'opinion de Tycho, la réfraction doit être la même pour le soleil, les planètes et les étoiles et qu'elle s'étend de l'horizon jusqu'au

[1] P. Horrebowius. Ars interpolandi.... p. 22: „exemplum vides e regione in observationibus declinationum Solarium diebus 12, 17, 20 et 26 febr. quô vero annô jam post incendium non reperio".

[2] Voir la page 278 (66) du présent mémoire.

[3] J. Keplerus. Ad Vittellionem paralipomena, quibus Astronomiae pars optica traditur. Francofurti 1604.

zénith au lieu de s'arrêter à une certaine hauteur; néanmoins l'opinion de Tycho garda encore longtemps des adeptes. En 1651, Riccioli, [1] tout en adhérant à celle-ci, publia une triple table de réfraction: l'une servait pour l'été, l'autre pour l'époque des solstices et la dernière pour l'hiver; c'était une manière grossière de tenir compte de l'effet de la température, dont on avait reconnu l'influence.

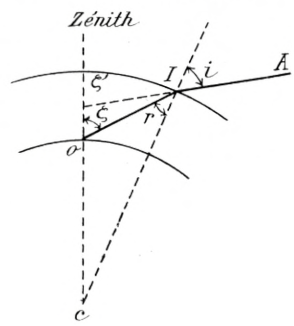
C'était évidemment plus du côté de la physique que du côté de l'observation astronomique qu'il fallait attendre des progrès dans cette question. La découverte de la loi physique de la réfraction par Snellius (1620) avait rendu possibles les premiers rudiments d'une théorie de la réfraction. L'invention du baromètre et celle du thermomètre sous sa forme actuelle au cours du 17e siècle fournirent le moyen de fixer les divers éléments du problème d'une manière précise; d'autre part les expériences de Pascal, de Mariotte et de Boyle apportèrent une notion plus exacte de la constitution de l'atmosphère. Nous voyons alors Newton établir en premier lieu l'équation différentielle de la réfraction astronomique et l'intégrer en admettant, il est vrai, une température constante sur toute la hauteur de l'atmosphère. Mais bien du temps s'écoula avant que cette voie logique fût suivie généralement.

Durant son séjour en France, Rœmer avait assisté et collaboré aux investigations laborieuses de son maître Picard; dès la fondation de l'Académie des sciences, celui-ci avait appelé l'attention de la savante assemblée sur la nécessité d'établir des tables de réfraction et pour les rendre les plus parfaites possible il proposait de tenir compte non seulement des saisons, mais des changements de temps tels qu'ils sont indiqués par le vent et le thermomètre. Sans recherches théoriques préalables il eut été extrêmement difficile sinon impossible de résoudre ainsi la question par une voie purement expérimentale. A Picard revient néanmoins l'honneur d'avoir

[1] J. B. RICCIOLI. Almagestum novum.... 2 vol. fol., Bononiae, 1651.

nettement pressenti la complexité des facteurs, dont il fallait tenir compte. Malheureusement ses recommandations furent négligées par l'école plus brillante que profonde de Cassini.

Déjà avant son arrivée en France en 1669 J. D. Cassini s'était occupé de la réfraction pour établir ses tables du soleil. Tout comme l'avait fait Kepler au début du 17e siècle, sans connaître la loi de la réfraction physique, Cassini admit une atmosphère homogène dans toute sa hauteur, et il lui appliqua la loi de Snellius. Dans ces conditions la théorie de la réfraction se réduit à peu de chose: le rayon lumineux AI venant d'un astre A subit une réfraction unique à son passage du vide ou de l'éther dans l'air; il traverse l'atmosphère suivant une droite IO jusqu'a l'observateur O à la surface de la terre. On y voit suivant une distance zénithale ζ l'astre, qui est en réalité à une distance zénithale ζ'. Dans le triangle formé par le centre de la terre supposée sphérique, l'observateur O et le point d'incidence I nous avons, en appelant h la hauteur de l'atmosphère homogène, le rayon terrestre étant pris comme unité:



$$\sin r = \frac{\sin\zeta}{1+h} \tag{1}$$

Entre l'angle d'incidence i et l'angle de réfraction r nous avons d'après la loi de Snellius, que Cassini avait d'ailleurs vérifiée par des expériences personnelles:

$$\sin i = n \sin r \tag{2}$$

n étant l'indice de réfraction de l'air par rapport au vide, de sorte que la réfraction astronomique R devient:

$$R = \zeta' - \zeta = i - r \tag{3}$$

Pour une distance zénithale observée ζ les relations (1), (2) et (3) donnent R et on voit que la réfraction ne dépend que de deux paramètres, la hauteur de l'atmosphère h et son indice de réfraction n.

Afin d'obtenir ces deux éléments, Cassini utilisa les valeurs de la réfraction qu'il avait déterminées lui même à l'horizon et à 80° de distance zénithale. Il en déduit les valeurs de la réfraction pour toutes les distances zénithales. Ces tables furent publiées une première fois en 1662 à Modène comme annexe aux Ephémérides solaires de Malvasia.[1] A l'exemple de Riccioli, Cassini, ayant remarqué lui aussi que la réfraction diffère selon les saisons, projeta une triple table dont les trois parties s'appellent table estivale, table équinoxiale et table hivernale, les valeurs de la réfraction allant en croissant de la première à la dernière.

Cassini ne s'expliquait pas la cause de ses différences observées. Bien plus il semble les attribuer à quelqu'anomalie des observations: Picard avait établi cependant qu'il s'agissait là d'un effet de température qui faisait varier la réfraction non seulement d'une saison à l'autre mais encore entre le jour et la nuit. Les observations de Richer dans le climat tropical de Cayenne en 1671 confirmèrent évidemment plutôt la première des trois tables de Cassini, la table estivale; Cassini s'en tint donc à celle-ci et nous la trouvons publiée pendant bien des années dans la *Connaissance des Temps* (depuis 1678) et même reproduite encore en 1740 par J. Cassini.[2]

La Hire suivit une voie moins heureuse encore lorsqu'il entreprit d'établir une table des réfractions en se basant uniquement sur ses observations et celles de Picard sans avoir égard ni à une théorie, ni aux éléments météorologiques. Dans son introduction aux tables de Louis le Grand,[3] il dit en effet: „..... *refractiones Solis, Lunae et reliquorum siderum quovis tempore constantes et easdem constitui, unicamque*

[1] C. MALVASIA. Ephemerides novissimae; fol. Mutinae 1662.

[2] J. CASSINI. Tables astronomiques; 4°, Paris 1740.

[3] P. DE LA HIRE. Tabulae astronomicae Ludovici Magni. 4°. Parisiis. 1702. p. 1.

tabulam refractionum ex ipsis observationibus deductam condidi".

C'est cette table, établie donc sans aucune base théorique et tout à fait empiriquement, qui fait l'objet de l'examen de Rœmer aux pages 95 à 103 des *Adversaria.* Il se demande avec quelles valeurs de h et de n il pourrait, suivant l'hypothèse de Cassini, représenter les nombres de La Hire. A la rigueur, dès qu'on a deux valeurs de la réfraction correspondant à deux distances zénithales différentes, les équations (1) à (3) montrent qu'on peut en déduire celles des deux paramètres h et n. C'est ce que Cassini avait déjà fait sans qu'il nous ait laissé le détail de sa manière d'opérer. C'est un problème que Bruhns [1] a résolu complètement au point de vue analytique.

Rœmer emploie un artifice ingénieux qui permet de résoudre la question d'une manière très simple: à une distance zénithale moindre que 60° la différence entre les angles ζ et r ne dépasse pas 6 à 7' pour n'importe quelle valeur plausible de h; or les tables n'étant données qu'à la seconde, une variation de 6 à 7' dans la valeur de ζ n'a pas d'influence sur les réfractions pour $\zeta < 60°$. On peut donc, sans erreur appréciable, assimiler r à ζ pour $\zeta < 60°$ et calculer n par:

$$n = \frac{\sin (R + \zeta)}{\sin \zeta} \tag{4}$$

Pour chaque distance zénithale moindre que 60°, donnée dans la table de réfraction, cette relation donnerait une détermination de n. La valeur de n étant ainsi trouvée, les réfractions correspondant aux grandes distances zénithales feront connaître celle de h. Ce n'est pourtant pas tout à fait ainsi que Rœmer opère; car s'il l'avait fait il aurait immédiatement remarqué que dans la table de La Hire la valeur de n tirée

[1] C. Bruhns. Die astronomische Stahlenbrechung in ihrer historischen Entwickelung. 8°. Leipzig. 1861.

de la relation ci-dessus n'est pas constante et il aurait évité la série des tâtonnements, auxquels il se livre.

Suivons son texte d'un peu plus près: il dit d'abord que dans les notes qu'il a conservées de son séjour à Paris il trouve une table de réfraction calculée en prenant comme indice de réfraction de l'air $n = 1.000285$ et comme hauteur de l'atmosphère $h = 0.0006$ (page 94 l. 14—19), ce qui fixe l'ordre de grandeur des quantités à examiner. [1]

Dans les calculs de la page 95 il utilise les chiffres obtenus à la page 96, qui doivent donc avoir été établis au préalable. Nous y reconnaissons le calcul de l'angle r pour un certain nombre de valeurs de ζ et pour quatre valeurs de h comprises entre 0.0006 et 0.0018. La formule (1), que Rœmer ne donne pas explicitement, montre que l'angle r peut en effet s'obtenir en fonction de ζ indépendamment de l'hypothèse faite sur n. Les résultats sont disposés en une table à double entrée en fonction de h (argument vertical) et de ζ (argument horizontal) (page 97, lignes 1 à 8). Revenant maintenant à la page 95, Rœmer y établit, par l'artifice indiqué ci-dessus, qu'à des réfractions de 1', 1'30'' et 2' pour un astre à 32° de hauteur correspondent respectivement les valeurs suivantes de n:

R	$\log n$
1′ 0″	0.0000792
1 30	0.0001187
2 0	0.0001583

Interpolant alors par parties proportionnelles, il obtient les valeurs de n pour $R = 1'15''$ et $1'45''$. [2] Adoptant tout d'abord

[1] Par „logar: prop: sphaerarum atmosph: et terrae 26.00" il faut entendre le logarithme du rapport entre le rayon intérieur et le rayon intérieur de l'atmosphère soit $\log(1+h) = \log 1.0006 = 0.0002605$ au lieu de 0.0002600, ce qui provient sans doute d'une erreur d'interprétation du manuscrit, puisque p. 96 l. 13 puis encore p. 102 l. 18 le nombre 0.0002605 est répété plusieurs fois. De même „log refract" n'est autre que $\log n$; le chiffre donné correspond á $\log n = \log 1.000281$ et non 1.000285.

[2] p. 95, l. 26 au lieu de 335533 comme différence, il faut évidemment 39553.

comme valeur de n celle qui dérive de $R = 1'30''$ à 32° de hauteur, il cherche quelle réfraction en résulterait pour 1° de hauteur, successivement pour $h = 0.0006$ et $h = 0.0018$. Dans ce calcul il emprunte les angles r à la page 97; les réfractions obtenues, mises en parallèle avec celles que donnent Cassini (Refractio estiva) et La Hire sont:

Altitudes $90 - \zeta$	Cassini	La Hire	Rœmer $h = 0.0006$	$h = 0.0018$
1°	26′56″	26′35″	26′58″	15′37
32°	1 34	1 47	1 30	1 30

Cette comparaison montre que pour représenter les réfractions soit de Cassini, soit de La Hire il faut prendre log $n > 0.0001187$ et h > 0.0006. L'auteur est amené ainsi à faire un calcul semblable en partant de log $n = 0.0001385$, correspondant à $R = 1'45''$ pour 32° de hauteur et $h = 0.0007$. Le calcul est facile à suivre: nous trouvons (page 97, l. 22) les valeurs de r, que Rœmer appelle angles d'incidence et à la ligne 23, les valeurs de i. La différence des deux[1] donne R:

Altitudes........	0°	1°	4°	32°
R..............	33′43″	29′39″	14′12″	1′45″
La Hire	32′ 0″	26′35″	12′26″	1′47″

La comparaison avec La Hire montre que la valeur plus grande de n a produit dans R un accroissement qui l'emporte notablement sur la diminution de R par suite de l'augmentation de h, ce qui amène l'auteur à faire un nouveau tâtonnement pour $h = 0.0009$ et $\zeta = 90°$ et 89°. Cette fois les réfractions sont trop petites: $R = 28'39''$ pour l'horizon et $26'4''$ à 1° de hauteur. C'est alors que Rœmer s'aperçoit que la table de La Hire ne s'accorde pas avec l'hypothèse d'une atmosphère homogène: de la réfraction $1'47''$ à 32° résulte, comme nous

[1] Rœmer a aussi commencé, puis abandonné le calcul pour $h = 0.0008$, nombre dont on trouve le logarithme entre les lignes 18 et 19 (p. 97) de même que pour $h = 0.0009$.

avons vu plus haut, $\log n = 0.0001415$;[1] de la réfraction 26′35″ à 1° de hauteur résulte une valeur correspondante $h = 0.0009$; mais, remarque essentielle, si on calcule les réfractions pour d'autres distances zénithales, on voit que cette hypothèse ne s'accorde pas avec toutes les données de la table de La Hire. En effet l'auteur trouve maintenant[2]

Hauteur	La Hire	Rœmer	Calcul exact
0°	32′ 0″	29′10″	29′21″
1	26 35	26 40	26 40
4	12 26	14 45	14 2
32	1 47	1 49	1 47

Les petites erreurs de calcul n'altèrent en rien les conclusions de Rœmer, qui constate qu'il y a désaccord notable pour 0° et 4°. Cette constatation était suffisante pour prouver qu'il n'y a aucun système de valeurs de n et h capable de représenter tous les chiffres de la table de La Hire et que celle-ci n'était pas basée sur l'hypothèse de Cassini. Rœmer cherche néanmoins une meilleure représentation; il y aurait lieu, dit-t-il, de réduire la valeur de n en même temps que celle de h, ce qui est certainement plus près de la vérité.[3] Cette fois il prend $\log n = 0.0001300$ et déclare assez arbitrairement considérer ce chiffre comme définitif. Le calcul (page 99, l. 1 à 7) lui montre que dans ces conditions $h = 0.0008$ est encore trop faible pour représenter la réfraction à 4° de hauteur.

Après ces remarques il était assez superflu de recalculer encore, comme nous le voyons aux pages 99 et 100, les ré-

[1] C'est en réalité 0.0001412 comme on le voit d'ailleurs par la table de la page 95. L'écart ne donne pas de différence bien sensible.

[2] Page 98, l. 25: 29′ vel 30′ au lieu de 29′ vel 20′

l. 33: 87°34′12″	au lieu de 87°34′23″	d'où à la ligne 35:	R =	29′21″
l. 33: 57 55 4	— 57 55 2	—	—	1 47
l. 34: 85 33 17	— 85 34 0	—	—	14 2

[3] L'auteur se rappelle sans doute les valeurs qui avaient servi de base à la table de Cassini.

fractions successivement pour des hauteurs angulaires de 0°, 4° et 20° et pour les diverses valeurs

$$h = 0.0006, \quad 0.0008, \quad 0.0010 \text{ et}$$
$$\log n = 0.00010, \ 0.00012, \ 0.00014$$

et d'étendre encore le calcul pour les réfractions horizontales à des valeurs intermédiaires de h et n. Dans les résultats disposés en un tableau (page 100) Rœmer trouve a postériori une justification de sa manière d'opérer expliquée en commençant: on voit en effet qu'à 20° de hauteur la variation de h n'a pas encore d'influence sensible de sorte qu'on peut encore calculer n par la relation (4) et puis tirer h de la considération des réfractions horizontales.

Ici l'auteur fait une réserve: il remarque que les réfractions prendraient des valeurs fort différentes de celles qu'il a calculées si l'atmosphère était autrement constituée qu'il ne l'a supposé: en même temps qu'on suppose une atmosphère homogène, on doit admettre que la surface limite supérieure de celle-ci est régulièrement sphérique, tout dépendant de l'unique déviation que subit le rayon lumineux en entrant dans l'air; il faut supposer aussi que l'air qui nous entoure a la même réfringence que les parties supérieures de l'atmosphère, autrement dit que l'indice de réfraction soit uniforme sur toute la hauteur de l'atmosphère. Cette remarque est intéressante parcequ'elle nous montre que Rœmer entrevoyait que les propriétés physiques de l'air pouvaient varier en fonction de la hauteur.

Nous voyons ensuite que l'auteur n'ignorait pas que la réfraction dépend de la température ou de la densité de l'air: pour l'air frais, matinal plus dense, l'indice de réfraction peut être plus fort que pour l'air tiède; la température plus basse réduisant l'épaisseur de la couche atmosphérique, amènerait également une augmentation de la réfraction.

Il y a là un curieux mélange de préjugés inhérents à l'hypothèse d'une atmosphère homogène, dont l'auteur semble se départir avec peine, et d'idées justes basées sur la considération toute naturelle des circonstances qui nous entourent.

Le passage qui suit (pages 101—102) a été reproduit intégralement par P. Horrebow dans son *Atrium astronomiae.* [1] Nous n'insisterons donc pas sur la distinction entre l'éther sublunaire qui pèse et l'éther supérieur impondérable que Rœmer y invoque pour s'expliquer la différence entre la hauteur de l'atmosphère homogène suivant qu'on la déduit des réfractions astronomiques ou de la hauteur barométrique; rappelons seulement la singulière conclusion de l'auteur: la réfraction augmente à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère. Il est étrange que Rœmer n'ait pas aperçu combien il est peu plausible qu'au sommet des montagnes la réfraction soit plus forte que dans les vallées. Sans doute cette déduction résultait logiquement de l'hypothèse d'une atmosphère homogène poussée jusque dans ses dernières conséquences, mais il est étonnant que cette conclusion paradoxale ne paraisse pas avoir ébranlé chez Rœmer la base de tout le raisonnement.

Dans la suite de son ouvrage, Horrebow, prenant à la lettre les raisonnements théoriques de son maître, a cru pouvoir établir par des observations directes que les réfractions, obtenues par lui sur la Tour de Copenhague, étaient plus fortes que celles qui résultent du Triduum de Rœmer obtenues à son observatoire de Pilenborg, bien que la différence d'altitude de ces deux points soit d'une trentaine de mètres seulement au maximum, et qu'il trouve les mêmes réfractions que Picard à Uraniborg.

Ces malheureuses tentatives n'ont plus aujourd' hui assez d'intérêt pourqu'on recherche soit dans les instruments employés, soit dans les latitudes géographiques admises la cause de leur insuccès.

[1] P. Horrebowius. Atrium astronomiae sive de inveniendis refractiobus... tractatus. Havniae 1732 (ap. J. N. Lossium) pages 4—6.

Ce n'était pas de ce côté qu'était la voie du progrès: elle avait été indiquée pourtant à plusieurs reprises, notamment par Newton qui dès 1687, dans la première édition de ses Principes montra comment on pouvait déterminer la trajectoire d'un rayon lumineux dans l'atmosphère; Huyghens ensuite, dans son Traité de la lumière (1690) montre très simplement que la densité de l'air diminuant à mesure qu'on s'élève le rayon lumineux parvient à l'observateur suivant une courbe. Rœmer n'ignorait certainement pas que La Hire avait, par une hypothèse assez maladroite il est vrai, trouvé que cette trajectoire était une épicycloïde;[1] Horrebow ne pouvait ignorer que J. Cassini l'assimilait à un cercle ou a une parabole.[2]

Il y avait là assez d'indices montrant que le phénomène de la réfraction ne pouvait se traiter d'une manière aussi simple que ne l'avait fait J. D. Cassini débutant.

A la page 102 l'auteur indique encore en quelques règles le procédé de calcul qu'il a employé dans ses divers tâtonnements numériques relatifs à la table de La Hire. Ces règles sont l'expression de nos formules (1) à (4) de plus haut; mais c'était l'usage alors de préférer, aux dépens de la clarté et de la concision, les phrases aux formules algébriques.

En terminant Rœmer ébauche la voie qu'il semble vouloir suivre lui-même pour faire une table de réfraction: déterminer celle-ci pour une seule hauteur assez faible, 10, 15 ou 20° en se servant des passages supérieurs et inférieurs de circumpolaires et en déduire par le calcul les réfractions jusqu'au zénith. Ici aussi Rœmer a reconnu l'avantage des observations méridiennes sur celles qui se faisaient aux quarts de cercle ou autres instruments de mesures extraméridiennes. C'était un progrès, mais quel chemin à parcourir encore avant qu'on ait

[1] Ph. de la Hire. Examen de la ligne courbe formée par un rayon lumineux qui traverse l'atmosphère. (Hist. et Mém. de l'Académie royale des sciences. Paris. 1702. Mem. p. 52).

[2] J. Cassini. Des réfractions astronomiques. (Hist. et Mém. de l'Académie royale des sciences. Paris. Année 1714. Hist. p. 61. Mém. p. 35).

établi la première table de réfraction dans laquelle tous les éléments du problème complexe entreraient en ligne de compte!

De la transmission de la Lumière.

De toutes les idées originales par lesquelles Rœmer s'est distingué au cours de sa carrière, la découverte de la transmission successive de la lumière est sans contredit celle qui a le plus fixé l'attention. Elle a en effet ouvert un chapitre important et tout nouveau dans les sciences physiques.

Rœmer communiqua sa découverte à l'Académie des Sciences de Paris dès l'année 1675, mais, des objections lui ayant été faites, il ne la publia que l'année suivante [1] après que de nouvelles observations des satellites de Jupiter furent venues confirmer ses prédictions. Après ces résultats décisifs, obtenus par les satellites d'une planète éloignée, Rœmer se demanda si une constatation analogue ne pouvait être faite dans les éclipses de Lune. Huygens de son côté, en apprenant la découverte de son collègue de l'Académie, porta aussi son attention sur l'effet que la transmission successive de la lumière devait produire dans les éclipses de notre satellite. La correspondance curieuse qui s'en suivit entre Rœmer et Huygens en 1677 a été publiée récemment par la Société Hollandaise des Sciences. [2] Tous deux arrivèrent indépendemment au même résultat, notamment que le retard de l'éclipse, résultant de la vitesse finie de la lumière, n'était pas assez considérable pour être décelé par l'observation: le contour trop estompé de l'ombre empêche une détermination assez précise de sa position.

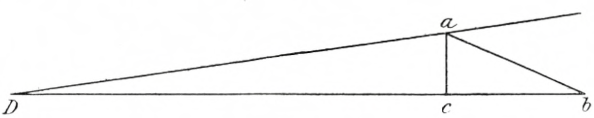
Ce qu'il y a de plus remarquable dans cette discussion c'est

[1] „*Démonstration touchant le mouvement de la lumière* par M. Rømer de l'Academie Royale des Sciences Mém. de l'Ac. roy. des Sciences. Paris. t. X. p. 575 ou bien: Journal des Sçavans du 7 décembre 1676.

[2] Oeuvres complètes de Christiaan Huygens. Tome 8e. Correspondance 1676—1684. La Haye 1899.

que le phénomène étudié est en somme un des effets de l'*aberration*; Rœmer y montra même que cet effet s'étendait aux étoiles aussi bien qu'aux astres qui composent le système solaire: dans sa lettre du 30 décembre 1677 à Huygens [1] il indique sommairement le moyen de determiner l'angle qu'il appelle „*incurvatio*“ ou „*inflexio*“; cet angle est précisément la constante de l'aberration que Bradey établit expérimentalement un demi siècle plus tard. [2]

Dans ces conditions il était particulièrement intéressant de rechercher dans les *Adversaria* si, dans les dernières annèes de sa vie, Rœmer n'avait pas poursuivi ses réflexions sur sa découverte et s'il n'en avait pas trouvé des conséquences nouvelles. Le manuscrit ne renferme toutefois que peu de choses sur le sujet. Aux pages 177—178 nous trouvons



seulement quelques considérations analogues à celles qui se rencontrent dans la correspondance avec Huygens relativement aux éclipses de Lune. L'auteur se demande avec quelle précision on pourrait déterminer, à l'aide des éclipses de Lune, la vitesse de transmission de la lumière ou, ce qui revient au même, le temps que mettrait la lumière pour parcourir une longueur égale au diamètre de la Terre. Il rappelle avoir établi ailleurs [3] qu'il y aurait un retard de $2\frac{2}{3}$ degrés dans l'ombre de la Terre aperçue dans une éclipse de Lune, si la lumière mettait 10^{sec} à parcourir l'orbite terrestre. Cette fois il refait le calcul plus exactement: soient D le Soleil et c la

[1] Ibid. p. 53.

[2] J. Bradley. A letter to Dr. E. Halley, giving an Account of a new discovered motion of the fixed Stars (Philosoph. Trans. 1728 p. 637).

[3] „*per evidentem demonstrationem alias tractatam*“ (p. 177, ll. 21—22). Ces mots semblent se rapporter à des notes restées inconnues, écrites sans doute en 1677 à Paris à l'époque où Rœmer correspondait avec Huygens sur cette question.

Terre à un moment donné; le rayon lumineux Dc atteint la Lune en b où il est réfléchi; avant qu'il revienne à la Terre, celle-ci s'est déplacée de c en a et au lieu de voir la Lune en opposition, suivant ae, prolongement de Da, l'observateur terrestre la verra dans la direction ab. Admettons que la lumière mette une minute pour parcourir le diamètre de la Terre; il lui faudra une heure pour faire aller et retour le chemin de la Terre à la Lune, la distance de la Lune étant d'environ 30 diamètres terrestres. Prenons 2′30″ comme mouvement horaire du soleil et admettons encore que la distance du soleil à la Terre Dc soit égale à 500 fois la distance cb de la Terre à la Lune (ce qui correspondrait à une parallaxe solaire de 6.8″); la longueur ca parcourue par la Terre en une heure sera:

$$500 \text{ tang } 2'30''$$

la longueur cb étant prise comme unité. L'angle abc se calcule par:

$$\text{tang } abc = \frac{ac}{cb} = 500 \text{ tang } 2'30'' = \text{tang } 19°59'$$

et par suite l'angle aeb sera de 20° à très peu près,

En même temps l'auteur remarque que la longueur ab étant plus grande que cb la lumière, qui met 30 minutes pour parvenir de c en b, mettra 32 minutes pour aller de b à a; mais en réalité cette différence n'est pas sensible, les temps employés par la lumière pour franchir les espaces considérés étant bien moindres et les angles considérés beaucoup plus petits qu'il les a supposés. La déviation de 20° que nous venons de trouver est évidemment à peu près proportionelle au temps que met la lumière pour parcourir la distance de la Lune. Si au lieu de mettre une minute pour franchir le diamètre de la Terre, la lumière n'emploie que 1 seconde, l'angle de 20° est réduit à 20′ et comme un angle de 40′ serait très aisément observable il en résulte qu'on pourrait, par l'observation d'une éclipse de Lune constater la transmission progressive de la lumière avec une précision de 2 secondes sur une longueur égale au diamètre de la Terre. L'auteur sait d'autre part que ce temps n'est en réalité qu'une petite fraction de seconde: $3\frac{2}{3}'''$ soit 0.061^s.[1] Constatant une fois de plus que l'observation du phénomène n'est pas susceptible d'une précision assez grande, il arrête là ses investigations.

Corrections instrumentales de la lunette de Pilenborg.

Il s'agit des corrections instrumentales de la „Rota meridiana" en tant que lunette de passage.

La lecture de ces pages (231 à 234) nous a causé une surprise mêlée d'admiration pour l'auteur. C'est qu'en effet il renferme non seulement en germe, mais avec une application très explicite, le principe des corrections instrumentales dans les instruments de passage, sous la forme rendue classique par Tobie Mayer. Ainsi donc ces célèbres formules que ce dernier présenta en 1756 à l'Académie de Göttingue[2] étaient employées un demi siècle plus tôt par Rœmer! Cela montre combien celui-ci était en avance sur son temps.

Rœmer n'est donc pas seulement l'inventeur de l'instrument méridien sous sa forme moderne; il en a reconnu avec une clairvoyance remarquable tous les avantages sur les instruments si différents en usage à cette époque; mieux encore, il en a établi avec une lucidité étonnante la véritable théorie, sous une forme qui s'est maintenue jusqu'à nos jours et que la modification de Bessel n'a pas réussi à détrôner. Il est vrai que cette théorie n'est pas mise sous la forme d'une expression algébrique, qui attire l'attention; cela explique peut-être que Horrebow paraît l'avoir totalement ignorée.

[1] p. 177, l. 19. Nous savons actuellement que cette durée est plus exactement 0.042^s.

[2] Göttingische Anzeigen von gelehrten Sachen. 18 nov. 1756. (1756. Bd. 2, p. 1257). Les formules ne furent publiées qu'en 1775 par Lichtenberg: *Tobiae Mayeri Opera Inedita* Vol I. Chapitre II. „Observationes astronomicae quadrante murali habitae . . ." Gottingae 1775.

Rœmer énumère d'abord (page 231) les trois erreurs essentielles de la lunette méridienne:

1°. l'erreur de perpendicularité de l'axe optique sur l'axe de rotation, que nous appelons *collimation* et qui est désignée ici par *T* (*tubus*). Une petite figure, projection de la sphère céleste sur le plan de l'horizon, indique que par suite de cette erreur l'instrument décrit dans le ciel un petit cercle voisin du méridien, vers l'Est ou l'Ouest et parallèle à celui-ci.

2°. le défaut d'horizontalité de l'axe, désigné par *L* (*Libratio*) c'est à dire l'*inclinaison*. La figure indique cette fois un grand cercle voisin du méridien et coupant celui-ci aux points Nord et Sud de l'horizon.

3°. l'écart entre l'axe de rotation et la direction Est—Ouest; c'est l'*azimut*; l'écart, désigné par *D* (*Directio*) se traduit par un grand cercle passant cette fois par le zénith et s'écartant un peu du plan du méridien, soit à gauche, soit à droite. En combinant ces diverses erreurs et les supposant successivement orientales, nulles ou occidentales, positives ou négatives, l'auteur trouve 27 cas différents représentés par une figure schématique (page 231) et réunis ensuite en un tableau (page 232). Mais, remarque-t-il spirituellement, jusqu'ici tout cela est plus curieux qu'utile!

A la page 232 l'auteur indique les moyens qu'il emploie sinon pour déterminer, du moins pour réduire à peu de chose les erreurs instrumentales: observations de hauteurs correspondantes d'étoiles zénithales (Véga, Capella, etc.) et d'étoiles équatoriales, comparaison des intervalles entre les passages supérieurs et inférieurs de la Polaire; fil à plomb et retournements. Horrebow les a fait connaître dans sa „*Basis Astronomiae*“ à la fin du chapitre X traitant de la Roue méridienne.

Rœmer calcule ensuite, en admettant que chacune des trois erreurs considérées soit de 1′ en valeur absolue (4 sec. en temps), l'écart que chacune d'elles produit dans les instants de passage. Le résultat de ce calcul, donné en secondes et tierces de temps, est disposé en un tableau (page 234); nous y trouvons les coefficients de l'azimut, de l'inclinaison et de la collimation calculés pour des déclinaisons variant de 5 en 5 degrés depuis — 35°, horizon sud, jusqu'au pôle, puis du pôle jusque + 35° pour les passages inférieurs. Le calcul est fait pour la latitude de Copenhague que l'auteur arrondit à 55° pour la facilité du calcul, en remarquant que pour des déclinaisons moindres que 75° l'écart n'est pas sensible. Les colonnes du tableau sont surmontées d'une figure schématique rappelant immédiatement de quelle erreur il s'agit. Mais ce qui est surtout intéressant, c'est la note où Rœmer indique le calcul des corrections d'azimut et d'inclinaison; il donne la règle suivante, sans démonstration (page 234 l. 19 à 28) jugeant sans doute que celle-ci est évidente: le sinus de la distance polaire est au sinus de la distance de l'astre à l'intersection des grands cercles — c'est à dire au sinus de la distance zénithale quand il s'agit de l'azimut et à celui de la hauteur, quand il s'agit de l'inclinaison — comme l'écart d'une minute d'arc, admis pour l'erreur D ou L, est à la correction cherchée. Si δ est la déclinaison, a la distance zénithale, la règle de Rœmer donne pour la correction d'azimut

$$\frac{D \sin a}{\cos \delta}$$

et pour l'inclinaison

$$\frac{L \cos a}{\cos \delta}$$

C'est précisément sous cette forme que la formule de Mayer fut publiée en 1775. Rœmer ne donne pas la règle pour la collimation, la considérant comme trop évidente. Son tableau ne renseigne pas non plus les signes des erreurs, pas plus d'ailleurs que dans d'autres recherches de l'auteur, qu'il s'agisse de la détermination des équinoxes ou de son procédé d'interpolation par exemple, comme nous l'avons vu précédemment.

Il n'en est pas moins vrai que de même qu'au point de vue historique il serait plus exact de dire la méthode *Rœmer-Talcott* pour la détermination des latitudes au lieu de la méthode *Horrebow-Talcott*; de même il serait plus légitime de dire non pas les *formules de Mayer*, mais bien les *formules de Rœmer* pour les corrections des instruments de passage. Il serait d'autant plus injuste d'en refuser la paternité à Rœmer qu'il ne les a établies que vers la fin de sa vie et que la mort vint le surprendre au moment où il se préparait à publier ses travaux, sur les instances pressantes de ses amis et surtout de Leibniz, qui ne cessa de le harceler pour le faire sortir de son mutisme. Pour affirmer que ces pages datent des dernières années de l'auteur, nous nous basons principalement sur le titre „Machinae Pilenburgicae errores" montrant qu'elles sont écrites à propos de la célèbre „Rota Meridiana" qui ne fut réalisée qu'a la fin de l'année 1704.[1]

Croquis d'une Salle méridienne (page 27).

Rœmer figure ici la coupe d'une salle méridienne suivant le plan du méridien: c'est de l'Observatoire de campagne qu'il s'agit,[2] car on y voit une salle spacieuse dont les murs ne sont pas maçonnés plus haut que le centre de la „Rota Meridiana"; on pouvait donc viser un point quelconque du méridien de l'horizon Sud à l'horizon Nord. Les murs sont prolongés par une superstructure en bois avec un toit à deux versants, l'ensemble formant une enveloppe à peu près concentrique avec l'axe de rotation de l'instrument, principe qu'on a strictement observé depuis. Du côté gauche on voit au-dessus

[1] Cf. la note de la page 268 (56) du présent mémoire.

[2] Voir au sujet de l'Observatoire de Campagne:
P. HORREBOWIUS. Basis Astronomiae. Cap. 16. De Observatorio Tusculano Rœmeri. — Havniae 1735,
et aussi G. G. LEIBNITII. Opera omnia, Ed. Dutens (1768). T. IV p. 139: G. G. Leibnitii et Olai Roemeri commercium epistolicum.

de la toiture un rectangle représentant probablement le volet ouvert, qui pouvait couvrir l'étroite fente laissée dans le toit pour le passage de la ligne de visée.

Nous voyons aussi que l'observateur se servait de sièges à gradins pour s'assoir commodément dans n'importe quelle position de l'instrument.

L'observatoire de campagne ayant été construit en 1704, ce dessin est probablement un projet datant de cette époque. On n'y voit rien qui rappelle la présence du second instrument de cet observatoire: la lunette équinoxiale.

Croquis de la Lunette grillée.

Le dessin schématique, qui figure en tête de la page 172, où l'auteur s'occupe de la partie optique de sa lunette méridienne, n'a pas de rapport avec ce qui suit. Ce n'est pas le „Profil de la lunette méridienne...“ comme les Editeurs le renseignent à la page 268 de la Table des Matières, mais bien un croquis du „*Tubus cancellatus*“, la lunette grillée que Rœmer avait inventée, alors qu'il était encore à Paris, vers 1676, et qu'il destinait principalement à l'observation des éclipses. L'aspect de cette lunette se voit à la planche V de la „*Basis Astronomiae*“ de Horrebow, où l'on trouve (Cap. Undecimum: „*De Tubo cancellato Roemeri*“) une description détaillée de l'instrument, écrite en grande partie par l'inventeur même.

Entre l'objectif et l'oculaire, Rœmer intercalait une seconde lentille semblable à l'objectif et portée par un coulant spécial; en faisant varier la distance de ces deux lentilles on pouvait réaliser des grossissements différents; en particulier, grâce à une double division 29, 30,.... 35 indiquant les tirages à donner pour des diamètres lunaires d'autant de minutes d'arc, l'image était toujours ramenée à la même dimension, celle d'un réticule carré formé de deux groupes de 13 fils, se croisant à angle droit et réalisant 144 espaces carrés égaux; ce réticule permettait d'estimer directement en doigts les phases des éclipses.

En 1701, La Hire présenta cet instrument à l'Académie des Sciences de Paris, comme s'il en avait été l'inventeur. C'était cependant devant cette même assemblée que Rœmer avait décrit ce même instrument vingt-cinq ans auparavant. Delambre dans son Histoire de l'Astronomie[1] s'étonne de ce que Rœmer n'en ait pas revendiqué la priorité et l'explique en supposant que l'astronome danois n'a pas eu connaissance de la communication de La Hire. Les *Adversaria* prouvent que cela est très peu probable: non seulement nous y voyons de fréquentes allusions aux travaux de l'Académie, mais on en cite souvent l'*Histoire*, notamment celle des années 1702 et 1703; à la page 83 nous trouvons les données météorologiques, que La Hire communiqua à l'Académie relativement à ces deux années. Il paraît donc impossible que Rœmer ait ignoré l'indélicatesse de La Hire à son égard; apparemment il a jugé la chose trop accessoire pour la relever.

Chronologie.

L'introduction du calendrier grégorien en 1582 s'était faite sans grande difficulté dans les pays catholiques; au contraire dans ceux, qui avaient suivi le mouvement de la Réforme, le nouveau calendrier ne fut pas accepté d'amblée. L'histoire nous a conservé le souvenir de la grande confusion, qui se produisit au cours du 17e siècle dans la manière de compter les dates, principalement en Allemagne, où les deux calendriers subsistèrent longtemps l'un à côté de l'autre. Tout à la fin du 17e siècle, sous l'impulsion de Leibniz et avec l'aide de Weigel, l'unité put enfin être rétablie dans les pays protestants par l'adoption du „calendrier corrigé de l'empire". Au Danemark celui-ci fut introduit le 1 mars 1700 par un

[1] Delambre. Histoire de l'Astronomie moderne. Tome II p. 647—648.

édit du 20 décembre 1699 à la suite d'une intervention de Rœmer.[1] Le nouveau calendrier ne différait du grégorien que par le nom et par la manière de calculer la date de Pâques.[2]

Rœmer s'occupe principalement de ce calcul dans le paragraphe relatif à la chronologie. Nous y rencontrons d'abord les définitions et règles connues pour le calcul de l'épacte (p. 58) avec des exemples numériques nombreux, soit qu'il s'agisse d'années antérieures à la réforme de 1582, pour lesquelles l'auteur calcule (p. 59) les „nombres mensuels“ à ajouter à l'épacte pour obtenir l'âge de la Lune, soit des années qui suivent l'adoption du calendrier grégorien.

Ensuite il donne, sans démonstration véritable, les règles numériques du calcul de Pâques dans l'ancien style (p. 60) en indiquant sur un certain nombre d'exemples divers artifices de calcul, qui simplifient les opérations; après avoir montré la généralité de ces règles (p. 62) il explique comment dans le style nouveau le calcul est un peu moins simple par la nécessité de modifier d'un siècle au suivant les nombres „particuliers“ et „singuliers“ qui ne changeaient pas dans l'ancien

[1] D'après „R. Wolf. Handbuch der Astronomie. Bd. I. p. 611. Zürich. 1890, le Danemark n'adopta le calendrier corrigé qu'en 1710, ce qui est une erreur.

D'après „P. Gaspare Stanislao Ferrari. Il Calendario Gregoriano. p. 43. Roma 1882“ c'est le calendrier grégorien, qui fut introduit en 1700 au Danemark, ce qui n'est pas exact non plus, car il y fut accepté dès le début en 1582. Voir p. ex. „L'art de vérifier les dates . . . . .“ par M de Saint Allais. tome I p. 88. Paris 1818, ainsi que R. Wolf, loc. cit. p. 609. L'assertion de Ferrari repose probablement sur une lettre de Tycho Brahe, qu'il publie en annexe (p. 142) et qui est signée de 1584 le 15 juillet „Stylo veteri nobis adhuc usitato“.

[2] Les Protestants fixaient Pâques à l'aide des Tables rudolphines, considérées comme les meilleures à cette époque, tandis que l'Eglise catholique se basait sur les cycles empruntés aux anciennes tables pruténiennes. Plusieurs fois au cours du 18e siècle, Catholiques et Protestants fêtèrent Pâques à des dates différentes; cette anomalie subsista jusqu'en 1775; Frédéric le Grand généralisa alors sous le nom déguisé de „calendrier général de l'empire“ l'usage de la chronologie grégorienne. Cette dernière modification fut suivie également par le Danemark. Voir: Ideler. Lehrbuch der Chronologie pp. 395—396.

style. Enfin (p. 64) il esquisse le calcul du jour de la semaine à une date quelconque et plus loin (p. 94) celui du cycle d'indiction, du cycle solaire ou lunaire ainsi que du nombre d'or.

Toutes ces règles, alors bien connues, ne sont pas présentées sous une forme bien systématique. L'auteur semble les avoir consignées ici pour son usage personnel. Ces notes ne portent pas de date, mais il est assez probable qu'elles ont été écrites vers 1700; la correspondance de Rœmer avec Leibniz[1] porte vers cette anné les traces des préoccupations du moment. Rœmer aurait voulu profiter de l'introduction du „calendrier corrigé“ pour fixer plus simplement qu'on ne l'avait fait jusqu'alors la date de Pâques: reprenant une proposition déjà faite antérieurement et renouvelée sans succès jusqu'à nos jours il recommanda[2] de fixer Pâques au dimanche compris entre le 5 et le 11 avril. Mais son conseil ne fut pas suivi.

De la troisième loi de Kepler et de la Rotation des planètes.

L'auteur s'occupe ici d'une question importante dans la cosmogonie du système Solaire: celle de la rotation des planètes.

Il admet comme absolument établie la troisième loi de Kepler, celle qui lie les temps de révolution et les distances des divers corps circulant autour d'un même centre d'attraction, soit qu'il s'agisse des planètes circulant autour du soleil ou des satellites tournant autour des planètes. Il vérifie cette règle à nouveau, à l'aide des meilleures données dont il dispose (pages 161—162), puis se demande si les durées de rota-

[1] G. Leibnitii. Opera omnia. Ed. Dutens. Genevae 1768. t. IV: G. G. Leibnitii et Olai Römeri commercium epistolicum.

[2] ibid. t. IV. p. 133—135: Propositio de Paschate inter IV et XI April, celebrando, auctore Olao Rœmero.

tion ne peuvent se déduire de cette loi, aussi bien que les durées de révolution.

Il détermine d'abord à quelle distance du Soleil ou d'une planète se trouverait selon le cas une planète ou un satellite ayant une période de révolution égale à la durée de rotation du corps central, soleil ou planète: il trouve ainsi (page 53, l. 6) qu'un corps tournant en 26 jours autour du soleil, ce qui est la durée de rotation sidérale des taches, se trouverait à 37 rayons solaires de celui-ci. De même en considérant Jupiter et son premier satellite, puis la Terre et la Lune, il trouve des distances de 1.9 et 6.6 fois le rayon du corps central. Il s'étonne de ce qu'à des distances aussi grandes la rotation ne soit pas bien plus lente que celle du corps central. Ce résultat lui paraît paradoxal.

En considérant autrement les choses, si on calcule à l'aide des mêmes données quelles seraient les durées de révolution de corps, qui se trouveraient à la surface du corps central, on trouve des chiffres de beaucoup en dessous des durées de rotation observées: ainsi pour le Soleil, Jupiter et la Terre, on obtiendrait des rotations en 2.8, 3.8 et 1.4 heures respectivement,[1] ce qui paraît tout à fait inadmissible.

Ce paradoxe ne pouvait évidemment s'expliquer en partant de la théorie des tourbillons dont Rœmer, comme la plupart de ses contemporains sur le continent, était encore un adepte. Aussi voyons-nous l'auteur tenter les plus étranges hypothèses pour se tirer d'embarras: c'est par exemple un éther entrainé jusqu'à une grande distance par la rotation du soleil et faisant tourner les planètes comme le fouet de l'enfant fait tourner la toupie.

Après réflexion[2] l'auteur revenant sur le sujet croît plutôt

[1] On trouve le calcul de ces chiffres à la page 52, l. 6—22; le logarithme du carré de $365^1/_4$ est 5.12516 au lieu de 7.16516 de sorte qu'il faut 0.116 jours (2.8 h.) au lieu de 0.121 (2.9 h.)

[2] L'auteur dit: „post triduum ita cogitavi“ (p. 52. l. 35).

Nous ne croyons pas qu'il veuille dire par là „après trois jours de que plus le corps central est actif au point de vue vibratoire ou lumineux plus il retardera sur la vitesse qu'il aurait suivant la loi de Kepler. Pour le Soleil, le plus actif, la différence est la plus grande, puis vient la Terre et enfin Jupiter où l'écart est le plus petit possible.

L'auteur ne paraît pas bien convaincu de cette conclusion bizarre et toutes ces spéculations lui paraissent manquer de base car il termine par cette réflexion inattendue: Ici je quitte la mer immense pour me refugier dans le port![1]

Comment Rœmer aurait-il d'ailleurs pu trouver la solution du problème complexe et délicat de la rotation des planètes? Même de nos jours, malgré tout le chemin parcouru depuis lors, la question présente encore bien des difficultés.

Réflexions sur l'Univers stellaire.

Rœmer, aprés s'être occupé de carrés magiques et d'un jouet de Nuremberg passe à un sujet „*a reliquis differens quod in materia omnium nobilissima occupetur seriis cogitationibus digna*".

Ce qu'il annonce ainsi avec une certaine emphase nous paraît un jeu de l'esprit à propos de la distribution des étoiles rappelant quelque peu les recherches de Kepler sur les polyèdres réguliers à propos des orbites planétaires.

Chaque étoile représente pour l'auteur un tourbillon; la variété d'aspect qu'on rencontre dans le ciel prouve que les divers tourbillons ne sont pas identiques; mais on peut raisonner comme s'ils l'étaient et les comparer à une poignée

réflexion . . ." mais bien après le Triduum, c'est à dire les trois jours consécutifs 20—23 octobre 1706 pendant lesquels il obtint à son Observatoire de campagne une belle série de positions de divers astres; on sait qu'il y attacha une importance toute spéciale. La première partie de ce paragraphe aurait donc été écrite un peu avant, la seconde immédiatement après ces trois jours.

[1] „et his cogitatis acquiesco, vel potius ex immenso pelago in portum me recipio".

de grains projetés sur un plan ou mieux aux bulles de diverses grandeurs, dont l'agglomération forme l'écume rejetée par la mer sur les côtes. Après cette singulière comparaison, l'auteur, se figurant chaque étoile comme centre d'un tourbillon sphérique, se demande combien de ces sphères supposées toutes identiques entrent dans un amas „à peu près sphérique" d'un diamètre donné; autrement dit: étant donné un amas d'un grand nombre de globes se touchant, quelle est la distance des plus éloignés au globe central?

Ce problème un peu vague est en réalité indéterminé, si on ne précise pas davantage comment on se figure la constitution de l'amas et surtout ce qu'on entend par un amas à peu près sphérique, Rœmer part d'un polyèdre qu'il appelle le „dodécangle" dont les 14 faces comprennent 6 carrés et 8 triangles équilatéraux de même côté. Il en donne quelques propriétés et calcule son volume. Pour constituer son amas il superpose sur les faces de ce polyèdre des couches successives de sphères. Il donne une table (page 47) et une formule (page 48 l. 1) permettant de trouver les nombres de globes en fonction du nombre de couches successives.

On ne comprend pas bien quelle application à l'univers stellaire Rœmer veut faire de ces spéculations. Il a de ce dernier des conceptions très sensées, quoique présentées d'une manière un peu trop disparate comme nous le voyons au bas de la page 48 (l. 33 et suiv.):

Les étoiles ne sont pas uniformément distribuées; l'exemple d'Orion — il parle certainement de l'étoile multiple découverte par Huygens dans la nébuleuse — en est une preuve, de même que les Pléiades. Sans doute il existe des milliers d'agglomérations pareilles.

Rien ne nous prouve que les étoiles les plus proches de nous ne soient pas de 5e ou 6e grandeur, car un plus grand éclat ne prouve pas nécessairement une moindre distance.

Les fixes se groupent en amas de bien des manières différentes: on en trouve des exemples typiques dans la Nébuleuse d'Andromède (forme régulière), dans celle d'Orion (forme irrégulière), dans l'amas du Cancer et dans la Voie lactée.

Comme conclusion à ces remarques fort justes, nous trouvons cette réflexion dont l'à propos s'explique assez difficilement: *„absurde agunt statuentes, rectius sane dubitantes. Qui recte argumentatur raro concludit"*.

Plus intéressantes que les réflexions précédentes sont celles que fait Rœmer sur l'inaltérabilité des cieux, à un moment où on n'avait pas encore découvert le mouvement propre des étoiles.

On avait l'habitude de considérer les positions des étoiles comme invariables. Rœmer est convaincu qu'elles ne le sont pas: en 2000 ans on n'a pas reconnu de changement dans leur positions relatives; mais cela provient de leur grande distance et ici l'auteur fait une comparaison frappante: personne ne doute que les nuages, les parhélies, les arcs en ciel, les aurores de forme variée ne soient perpétuellement en mouvement et pourtant nous voyons persister ces météores souvent pendant une minute entière sans modification appréciable. Ils ne sont pourtant distants de nous que d'une lieu par exemple. Si les étoiles avaient des mouvements pareils, quel temps faudrait-il pour les discerner? Le diamètre de la Terre est de 5000 lieues; la distance du soleil de 12000 terres (ce qui correspondrait à une parallaxe de 8.6″); les étoiles les plus proches sont 2000 fois au moins plus éloignées du soleil[1] de sorte que les étoiles sont au moins 120 000 millions de fois plus éloignées de nous que les nuages; il faudrait donc au moins autant de minutes soit 200 000 ans pour reconnaître

[1] Cela correspondrait à une parallaxe annuelle de 100″ environ. On se rappelle que Rœmer crut trouver, dans son observatoire privé à Copenhague, que la somme des parallaxes de Sirius et Véga était de près de 1 ou 2′.

dans des étoiles animées de la vitesse des nuages un mouvement apparent comparable à celui de ces météores! L'éther étant plus mobile que l'air, il est probable que les étoiles se meuvent plus vite que les nuages. Même si on leur attribuait des mouvements 100 fois plus rapides elles paraîtraient, après 2000 ans, aussi immobiles que les nuages en une minute.

A cette comparaison ingénieuse Rœmer joint d'autres arguments pour montrer que le ciel n'est pas immuable.

C'est d'abord l'apparition d'étoiles nouvelles ou d'éclat variable; l'aspect des taches solaires, l'excentricité (?) et le mouvement des apsides des planètes; autant de preuves qui se déroulent pour ainsi dire sous nos yeux ou qu'on peut vérifier après un petit nombre d'années.

L'auteur trouve des preuves non moins convaincantes de modifications par la simple inspection du ciel: malgré leur exposé laconique ces arguments montrent beaucoup de perspicacité: „la structure chaotique de la Voie lactée, la forme irrégulière des nébuleuses et leurs phases lumineuses, [1] le peu d'uniformité dans les positions et les éclats des étoiles".

Ne trouvons-nous pas là chez l'auteur les premiers indices, bien vagues sans doute, d'une idée d'évolution? Ne considère-t-il pas la forme irrégulière de la Voie lactée ou de certaines nébuleuses comme une apparence temporaire, qui ne correspond pas à une forme stable de la matière sidérale, mais à un état transitoire, tendant vers un état d'équilibre nouveau? De même la variété dans les groupements d'étoiles, à ne considérer que leurs positions sur la voûte céleste suggère à l'auteur la notion d'un ordre de choses, qui n'est que momentané et qui, au cours des siècles, s'achemine lentement vers quelque destinée inconnue.

Dans leur simplicité ces quelques mots de Roemer contiennent en germe les théories grandioses par lesquelles les

[1] Sans doute une allusion aux changements que Boulliau crut reconnaître dans la Nébuleuse d'Andromède.

Kant, les Lambert, les Herschel tenteront plus tard les premières synthèses de l'univers.

A propos d'une modification de la lunette équinoxiale et d'une observation de Vénus.

L'auteur nous apprend (page 130, l. 18) que l'instrument qu'il a employé pour l'observation de l'équinoxe a reçu après coup une autre destination. Il ne s'agit évidemment pas de la lunette équinoxiale qui ne fut réalisée qu'en 1704 à l'observatoire de campagne, mais de quelqu'autre lunette qu'il avait sans doute installée provisoirement sur la tour astronomique en 1702, car la suite du texte nous montre que c'est à cette époque qu'il en fait usage. Il la place dans le méridien, dans lequel un objet terrestre éloigné lui sert de repère, et adapte au même axe de rotation deux autres lunettes fixées dans le plan passant par cet axe de rotation et l'axe optique de la première lunette, sous un angle de 52°40′ de part et d'autre de cette dernière. Tandis que la lunette médiane décrit le méridien, les deux autres décrivent sur la sphère céleste des petits cercles parallèles au méridien et ayant donc un rayon de 37°20′ à partir des points Est ou Ouest.

Quel usage Rœmer pouvait-il faire de cet étrange instrument triple? Il appelle la lunette auxiliaire orientale: *„lunette des hauteurs correspondantes“* ; son réticule avait 8 fils parallèles, probablement perpendiculaires au plan commun des trois lunettes. La deuxième lunette auxiliaire, celle qui pointe à l'ouest du méridien, est nommée: *„lunette de la Lyre“*, nom qui paraît d'autant plus étrange que la déclinaison de la Lyre — il s'agit évidemment de Véga — était alors de 38°32′ (1700) et que par suite cette étoile ne pouvait arriver dans le champ de la lunette auxiliaire; distante de 37°20′ du point Ouest elle ne pouvait atteindre, dans sa rotation, des astres se trouvant à des déclinaisons plus fortes que cet angle. Peut-être l'avait-il employée auparavant pour l'observation de Véga?

Nous voyons que, le 13 avril 1702, Rœmer s'était proposé d'observer Vénus, alors près de sa conjonction inférieure, à la première des deux lunettes auxiliaires, dont nous venons de parler. Afin de placer l'instrument dans la position voulue pour que la planète traverse son champ, il faut le tourner jusqu'à ce que la lunette médiane pointe une hauteur calculée comme suit: on cherche l'angle („*anonymus*") que fait avec l'équateur le cercle joignant l'astre au point Ouest de l'horizon. Cet angle s'obtient en résolvant le triangle sphérique formé par le pôle, le point Ouest et l'astre distant de 37°20′ de celui-ci; ajouté à la colatitude du lieu, il donne la hauteur cherchée. Autrement dit, si H est cette hauteur, φ la latitude et δ la déclinaison de l'astre considéré, on aura:

$$\cos\,(H+\varphi) = -\frac{\sin\delta}{\sin 37°20'}$$

Cette formule traduit la procédé par lequel l'auteur a calculé les valeurs de H pour des valeurs comprises entre $\delta = +9°$ et $\delta = +15°$; il les a disposées dans le tableau, page 131, l. 9—14, qui termine la feuille 74 b; ce tableau est calculé pour $\varphi = 55°41'$, latitude de Copenhague, et en supposant la lunette auxiliaire distante de 52°40′ de la lunette médiane.

Pour avoir aussi l'heure à laquelle ce passage extra-méridien peut s'observer, il faudrait calculer l'angle horaire de l'astre à ce moment; mais Rœmer se contente de prendre cet angle sur le grand globe céleste de Tycho, qui ornait encore l'observatoire de la Tour à cette éqoque.

Enfin par la remarque, qui termine la feuille 75^a (page 131, l. 26 à 30) nous voyons que l'auteur s'assurait que les lunettes auxiliaires étaient inclinés de l'angle voulu en observant Arcturus et Spica, qui y passent respectivement $3^h\,53^m$ et $3^h\,35^m$

avant ou après leur passage au méridien. On peut le vérifier en effet en remarquant que l'angle horaire t au passage extra-méridien s'obtient par

$$\sin t = \frac{\cos 37°20'}{\cos \delta}$$

pour un astre de déclinaison δ.

Rœmer ne dit pas dans quel but il voulait observer Vénus à cet instrument, mais il s'agisssait visiblement d'une observation à laquelle il attachait de l'importance: la phrase (page 130 l. 30—32) suivante est curieuse sous ce rapport: *„adhuc hodie die 13 april sum in praeparatione cum 15 dierum labor in habendis transitibus ♀ correspondentibus; me fellerit?"* Ecrite sous l'impression du moment, elle montre Rœmer attendant avec anxiété l'occasion de mettre en pratique une nouvelle méthode à laquelle il avait longtemps travaillé. Tout nous porte à croire qu'il se proposait de déterminer la parallaxe solaire par celle de Vénus aux environs de la conjonction inférieure: de l'intervalle de temps, que mettait la planète pour passer de la première lunette auxiliaire à la seconde, comparé avec l'intervalle de temps que mettait une étoile, Rœmer voulait sans doute conclure la parallaxe diurne de la planète en ascension droite; il corrigeait le temps observé pour la planète de son mouvement dans l'intervalle des deux passages extra-méridiens, mais supposait la réfraction constante pendant cet intervalle de 7 à 8 heures.

Nous sommes confirmés dans cette interprétation d'abord par le fait que la table de la page 131 (l. 9—14) est calculée pour δ compris entre $+9°$ et $+15°$, précisément les déclinaisons que parcourait Vénus au voisinage du 13 avril, jour de sa conjonction inférieure; ensuite et surtout par le rapprochement suivant: dans une lettre de Rœmer au baron Krosigk,[1]

[1] B. F. VON KROSIGK (1660?—1714), riche amateur d'astronomie, avait un observatoire privé à Berlin. La lettre en question est publiée dans la correspondance de Leibniz: GOT. GUIL. LEIBNITII Opera Omnia, nunc

qui se proposait de faire déterminer la parallaxe lunaire par des observations à Berlin et au Cap de Bonne-Espérance, notre auteur fait allusion à un procédé par lequel il détermine la parallaxe solaire à l'aide d'une planète voisine de la terre. Son procédé aurait l'avantage de ne dépendre ni de la réfraction, ni de la position de la planète, mais seulement de son mouvement diurne en α et δ; ce mouvement se détermine par des observations de passages faites en même temps; on en éliminait ainsi l'influence sans introduire d'hypothèses nouvelles. Il ajoute plus loin qu'il l'avait essayé en 1672 sur Mars — donc au début de son séjour à Paris — et plus récemment en 1702 à l'aide de Vénus, ce qui l'avait conduit à une parallaxe de 7″ à 9″ pour le soleil. C'est bien certainement à ces dernières observations que le passage des *Adversaria*, que nous avons sous les yeux, fait allusion. Mais nous n'y voyons aucun détail ni quant à la méthode, ni quant aux observations, ni aux calculs que Rœmer doit avoir faits pour déterminer cette parallaxe.

La méthode était originale et ingénieuse, mais son inventeur lui aura sans doute bientôt reconnu d'assez graves inconvénients; nous ne voyons pas qu'il l'ait appliquée dans la suite, ni que, lorsqu'il réalisa en 1704 son observatoire de campagne selon ses vues personnelles, il y ait installé un instrument pouvant servir dans ce but; il fondait plus d'espoir sur sa lunette de passage dans le premier vertical.

Quoi qu'il en soit, le 13 avril 1702 Rœmer réussit à voir Vénus, alors que sa distance angulaire au Soleil n'était que 6°40′. Il paraît un peu surpris de voir si clairement la planète et se demande quel est à ce moment la largeur de son croissant (page 133—135).

Cette largeur dépend de la phase, qui est définie par l'angle que font les rayons vecteurs allant de Vénus à la Terre

primum collecta, studio Ludovici Dutens. Genevae. t. IV (1768) pp. 140—142: Epistola Olai Rœmeri ad D. De Kroseck.

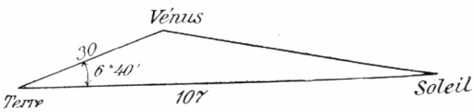
et au Soleil. Par inadvertance, Rœmer confond cet angle avec celui, que font les rayons vecteurs allant de la Terre au Soleil et à Vénus, c'est à dire la distance angulaire de 6°40′ qu'il a mesurée.

A l'aide des tables de Newcomb,[1] nous avons calculé les positions de Vénus et du Soleil pour les 12—13—14 avril 1702:

Midi moyen Greenwich 1702	☉ A	☉ log R	♀ λ	♀ β	♀ log r
Avril 12....	202°3.6′	0.001664	201°21.8′	+ 2°41.8′	9.858482
„ 13....	203 2.2	001785	202 58.3	2 38.3	858564
„ 14....	204 0.8	0.001907	204 34.8	2 34.6	858646

(Equinoxe moyen de 1702)

On voit en effet que le 13 avril était le jour de la conjonction; et on calcule aisément qu'à ce moment la distance du soleil à Vénus était de 6°40′ environ. Dans les calculs de Rœmer on voit qu'il prend $TS = 107$ fois le diamètre du soleil, $TV = 30$ fois ce diamètre.



Il résulte de là que l'angle de phase, supplément de l'angle en V, est égal à 9°15′ au lieu de 6°40′. Pour obtenir la plus grande largeur du croissant, Rœmer ajoute avec raison à l'angle de phase le demi-diamètre du Soleil vu de Vénus. L'angle de phase devient ainsi: $6°40' + 23' = 7°3'$, chiffre qu'il arrondit à 7°10′. Il eut fallu $9°15' + 23' = 9°38'$. L'auteur force un peu le chiffre parce qu'il cherche une limite supérieure de la largeur du croissant. Admettant enfin que les diamètres linéaires de Vénus et du Soleil soient dans le rapport de 1 à 80, conformément au tableau de la page 135 (l. 21) l'auteur trouve que la largeur du croissant ne dépasse pas 0.35″

En tenant compte de l'angle de phase corrigé et en prenant

[1] Astronomical Papers prepared for the use of the American Ephemeris .... Vol. VI Part I (Tables of the Sun) Part III (Tables of Venus). Washington 4°. 1895.

comme diamètre de Vénus à la distance du soleil 16.80″ (Auwers), nous obtenons 0.42″ comme largeur réelle. La valeur trop grande que Rœmer adopte pour le diamètre de Vénus compense la valeur trop petite qu'il emploie pour la phase, ce qui explique que son évaluation est en somme très exacte. Il remarque ensuite que si Vénus ne présente qu'un croissant d'un $^1/_3$ de seconde de largeur en son milieu, à mesure qu'on se rapproche des extrémités des cornes, cette largeur diminue encore notablement de sorte que l'instrument révélerait un objet bien en dessous de son pouvoir séparateur. L'auteur attribue cette anomalie soit à l'atmosphère de Vénus, sous l'effet de laquelle la lumière s'étend sur plus d'une demi-sphère, soit à une autre cause („*vel alia quaecunque causa*"). C'est sans doute une allusion à l'irradiation, phénomène bien connu du temps de l'auteur, puisque déjà Kepler et surtout Galilée l'avaient étudié expérimentalement et que Descartes en avait donné une explication par la conformation particulière de notre rétine.

A propos de Castor et Pollux.

Enfin disons un mot ici d'une phrase curieuse, qui termine la feuille 49^a (page 95):

„*Occidentalis seu praecedens duplicis Geminorum est major*".

Nous traduisons: (l'étoile) occidentale ou la précédente de la double des Gémeaux est plus brillante.

Rœmer désigne-t-il sous le nom „double des Gémeaux" les deux étoiles Castor et Pollux? En ce cas il aurait donc trouvé Castor plus brillant que Pollux. D'après la *Potsdamer Durchmusterung* et la *Revised Harvard Photometry* Pollux serait respectivement de 0.43^m et 0.37^m plus brillant que Castor. L'une des étoiles aurait-elle varié? Dans tous les anciens catalogues les deux étoiles sont appelées de 2^e grandeur et elles ne devaient certainement pas différer de beaucoup pour que dès l'antiquité on les ait appelées les „Gémeaux". Flamsteed seul dans son *Historia celestis britannica, 1725* a noté, vers 1700, Castor comme étoile de première grandeur, donc plus brillant que Pollux, qu'il appelle de 2e grandeur. Il y aurait là une confirmation de notre interprétation de la phrase de Rœmer. De ce que dans l'Uranométrie de Bayer (1603) Castor ait reçu la lettre α plutôt que Pollux, on ne peut rien inférer quant à leur éclatrelatif, car nombreux sont les exemples où Bayer a suivi l'ordre des ascensions droites dans la désignation d'étoiles peu différentes. Pollux étant du type spectral K et de couleur 5.5 dans l'échelle d'Osthoff, il est bien possible que son éclat ait augmenté quelque peu depuis deux siècles. D'autre part il n'est guère possible d'admettre que ce soit la différence de couleur des deux étoiles — la couleur jaune de Pollux fait contraste avec la blancheur de Castor (2.8 dans l'échelle d'Osthoff) — qui ait pu provoquer un écart de 0.4^{m} dans les estimations de l'éclat relatif des deux étoiles.

La phrase de Rœmer peut encore recevoir une autre interprétation. N'aurait-il pas distingué, dans un de ses instruments, Castor comme étoile double et n'aurait-il pas remarqué que la composante occidentale de ce couple était la plus brillante?

Il n'existe pas de mesures du système de Castor avant les estimations de Bradley et Pond en 1718—1722 dont J. Herschel déduit pour l'époque 1720 l'angle de position 356°.[1] La remarque de Rœmer n'est pas datée; mais en admettant comme date 1705 l'erreur n'est certainement pas de plus de deux ou trois ans. A cette époque l'angle de position de Castor était d'environ 10° et un intervalle de 5″ séparait les composantes; cette position est donc conforme à la remarque trouvée dans les *Adversaria*.

Quoique la première interprétation nous paraisse plus probable que la seconde — et nous ne voyons aucune autre interprétation plausible — elle restera forcément tout aussi

[1] Voir par exemple: Lewis. Struve's Mensurae Micrometricae. Mem. R. Astr. Society. London.

hypothétique par le caractère laconique de la phrase qui nous occupe: celle-ci n'est d'ailleurs ni précédée, ni suivi de rien qui ait rapport avec le sujet.

La conclusion de ce qui précède est que, de deux choses, l'une: ou bien Pollux était moins brillant que Castor vers 1705, ou bien Rœmer a été le premier à reconnaître Castor comme étoile double.

Table des matières.